



일차방정식

기원전 1650년경에 쓰여진 것으로 추정되는 《린드 파피루스》에는 현재까지 알려진 세상에서 가장 오래된 방정식 문제가 실려 있다. 방정식은 다양한 문제를 해결하기 위한 도구로, 문자가 사용되기 이전부터 생겨났다. 방정식을 활용하면 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

[출처: 존 더비셔, 고종숙 역, 《미지수, 상상의 역사》]



❖ 되짚어 보기

초등 1 다음 \square 안에 알맞은 수를 써넣으시오.
□의 값 구하기

(1) $3 + \square = 9$

(2) $6 - \square = 0$

(3) $\frac{1}{5} \times \square = 1$

(4) $7 \div \square = 1$

중1 다음을 계산하시오.
일차식의 계산

(1) $-4a + 2 - 3a - 1$

(2) $\frac{1}{2}(4x + 6)$



방정식과 그 해

| 학습 목표 | • 방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 이해한다.

| 학습 요소 | • 등식, 방정식, 미지수, 해, 근, 항등식

1 등식, 방정식, 항등식은 무엇일까?



빈 병의 재활용률을 높이기 위하여 설치된 빈 병 무인 회수기 중에는 빈 병의 보증금으로 기부를 할 수 있도록 만들어진 것도 있다. 이 기계에 빈 병 한 개를 넣으면 110원을 기부할 수 있다고 할 때, 9900원을 기부하기 위해서는 몇 개의 빈 병을 모으면 되는지 식으로 나타내어 보자.



✦ 재활용과 나눔을 동시에 실천할 수 있는 재활용품 무인 회수기를 설치하여 운영하는 나라들이 있다. 무인 회수기에 재활용품을 넣으면 터키에서는 유기견 동물 사료가 나오고, 에스토니아에서는 저소득층 어린이들에게 공연을 선물할 수 있다.



생각 깨우기 에서 빈 병의 수를 x 개라고 할 때, 빈 병 한 개를 넣으면 110원을 기부할 수 있으므로 총 기부 금액은

$$110x = 9900$$

과 같이 나타낼 수 있다.

이와 같이 등호 =를 사용하여 나타낸 식을 **등식**이라고 한다.

- 예**
- (1) $x+2=4$, $2x+3x=5x$ 는 등식이다.
 - (2) $3x-2$, $-5<2$ 는 등호가 없으므로 등식이 아니다.

문제 1 다음 중 등식을 모두 고르시오.

- (1) $2x-5=1$
- (2) $4x=3x+x$
- (3) $4x-6$
- (4) $7-5<3$

문제 2 다음 문장을 등식으로 나타내시오.

- (1) 어떤 수 x 에 3배를 하고 5를 더하면 x 와 같다.
- (2) 사탕 50개를 x 명의 친구들에게 4개씩 나누어 주었더니 6개가 남았다.

✦ 등식에서 등호의 왼쪽 부분을 좌변, 등호의 오른쪽 부분을 우변이라 하고, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 한다.

등식 $5x+2=27$ 의 x 에 4, 5, 6을 각각 대입하여 등식이 참이 되는지 알아보자.

x의 값	등식 $5x+2=27$		참, 거짓
	좌변의 값	우변의 값	
4	$5 \times 4 + 2 = 22$	27	거짓
5	$5 \times 5 + 2 = 27$	27	참
6	$5 \times 6 + 2 = 32$	27	거짓

등식 $5x+2=27$ 은 위의 표와 같이 $x=5$ 이면 참이 되고, $x=4$, $x=6$ 이면 거짓이 된다.

이와 같이 x 의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 x 에 대한 **방정식**이라고 한다. 이때 문자 x 를 **미지수**라 하고, 방정식을 참이 되게 하는 미지수 x 의 값을 그 방정식의 **해** 또는 **근**이라고 한다. 또, 방정식의 해를 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

예제 1 x 의 값이 2, 3, 4일 때, 방정식 $3x-4=5$ 의 해를 구하시오.

풀이 $3x-4=5$ 의 x 에 2, 3, 4를 각각 대입하면
 $x=2$ 일 때, $3x-4=3 \times 2-4=2$
 $x=3$ 일 때, $3x-4=3 \times 3-4=5$
 $x=4$ 일 때, $3x-4=3 \times 4-4=8$
따라서 방정식 $3x-4=5$ 의 해는 3이다.

답 3

문제 3 x 의 값이 $-1, 0, 1$ 일 때, 방정식 $-3x+8=x+4$ 의 해를 구하시오.

문제 4 다음 방정식 중 해가 2인 것을 모두 고르시오.

(1) $7x-14=0$

(2) $2x+1=1$

(3) $3x-2=2x$

(4) $5-3x=7-5x$

✦ 항등식인지 확인할 때, 모든 수를 대입할 수 없으므로 좌변과 우변을 각각 정리하여 양변이 같은 식인지 확인한다.

한편 등식 $2x+3x=5x$ 는 미지수 x 에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 된다. 이와 같이 미지수 x 의 모든 값에 대하여 항상 참이 되는 등식을 x 에 대한 **항등식**이라고 한다.

예 등식 $3(x+2)=3x+6$ 은 x 에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 되므로 항등식이다.

문제 5 다음 등식 중 x 에 대한 항등식을 모두 고르시오.

(1) $2x=x$

(2) $x-5=6x$

(3) $7x-4x=3x$

(4) $4x-5+1=4(x-1)$



창의력을 키우는 활동

🛒 준비물 다항식 카드 ⌚ 소요 시간 15분

😊 개별 활동

수 감각을 키워 보자

다음 그림과 같이 다항식이 적혀 있는 카드가 있다. 물음에 답하여 보자.



1 카드에 적혀 있는 각 다항식에 $x=-1$ 을 대입하였을 때, 식의 값을 구하여 보자.

2 1을 이용하여 카드 두 장을 선택해 등식을 만들었을 때, 그 방정식의 해가 -1 인 경우를 골라 보자.

3 카드 한 장을 선택하여 해가 $\frac{1}{2}$ 인 방정식을 만들어 보자.

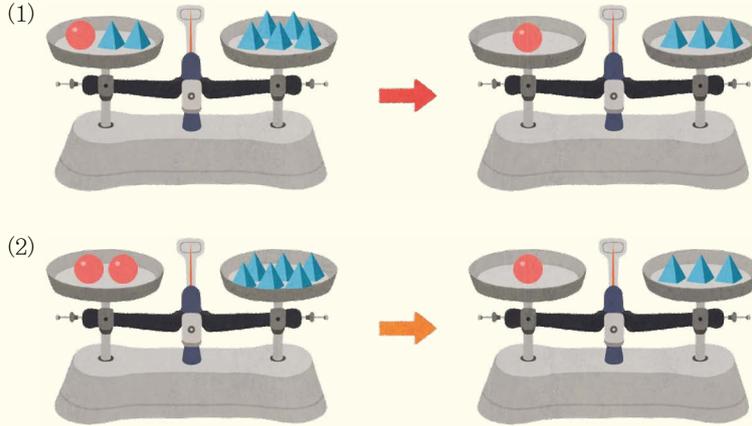
예를 들어 $2x$ 를 선택하였다면 $2x = x + \frac{1}{2}$ 과 같이 만들 수 있다.



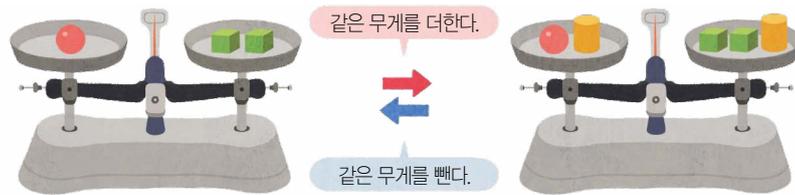
2 등식의 성질은 무엇일까?



다음 그림과 같이 평형을 이루고 있는 접시저울이 있다. 왼쪽 그림을 오른쪽 그림과 같이 변화시킬 수 있는 방법을 생각하여 보자.



생각 깨우기의 (1)과 같이 평형을 이루고 있는 접시저울의 양쪽 접시 위에서 같은 무게의 물건을 내려놓거나 양쪽 접시 위에 같은 무게의 물건을 올려놓아도 저울은 평형을 이룬다.



또, **생각 깨우기**의 (2)와 같이 평형을 이루고 있는 접시저울의 양쪽 접시 위에 올려놓은 물건의 무게를 같은 비율로 줄이거나 늘려도 저울은 평형을 이룬다.



등식에서도 마찬가지로 이와 같은 성질이 성립한다.

즉, 일반적으로 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. 또, 등식의 양변에 같은 수를 곱하거나 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

등식의 성질

- ① 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

$$a=b \text{ 이면 } a+c=b+c$$

- ② 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.

$$a=b \text{ 이면 } a-c=b-c$$

- ③ 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

$$a=b \text{ 이면 } ac=bc$$

- ④ 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

$$a=b \text{ 이면 } \frac{a}{c}=\frac{b}{c} \text{ (단, } c \neq 0)$$

- 예**
- (1) $x-5=4$ 의 양변에 5를 더하면 $x-5+5=4+5$ 이므로 $x=9$ 이다.
 - (2) $x+3=7$ 의 양변에서 3을 빼면 $x+3-3=7-3$ 이므로 $x=4$ 이다.
 - (3) $\frac{x}{6}=2$ 의 양변에 6을 곱하면 $\frac{x}{6} \times 6=2 \times 6$ 이므로 $x=12$ 이다.
 - (4) $2x=14$ 의 양변을 2로 나누면 $\frac{2x}{2}=\frac{14}{2}$ 이므로 $x=7$ 이다.

문제 6 등식의 성질을 이용하여 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

- (1) $2x-3=8$ 의 양변에 □을 더하면 $2x=11$ 이다.
- (2) $5x+1=6$ 의 양변에서 1을 빼면 $5x=\square$ 이다.
- (3) $\frac{2}{5}x=4$ 의 양변에 □를 곱하면 $2x=20$ 이다.
- (4) $7x=-21$ 의 양변을 7로 나누면 $x=\square$ 이다.



등식의 성질을 이용하면 방정식 $x-5=1$ 을 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$\boxed{x-5=1} \xrightarrow[\text{\small } x-5+5=1+5]{\text{\small 양변에 5를 더한다.}} \boxed{x=6}$$

✦ 방정식 $x-5=1$ 의 해가 6인 것을 'x=6'과 같이 나타낸다.

$x=6$ 일 때 방정식 $x-5=1$ 은 참이 된다. 따라서 6은 방정식 $x-5=1$ 의 해이다. 이와 같이 x 에 대한 방정식은 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식을 $x=(\text{수})$

의 꼴로 바꾸어 해를 구할 수 있다.



일차방정식

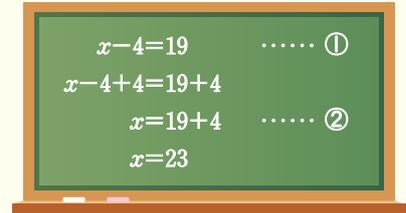
| 학습 목표 | • 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

| 학습 요소 | • 이항, 일차방정식

1 일차방정식은 무엇일까?



오른쪽 그림은 태현이가 등식의 성질을 이용하여 방정식 $x-4=19$ 를 푸는 과정을 나타낸 것이다. 식 ①과 ②를 비교하여 보자.



생각 깨우기 에서 두 등식

$$x-4=19 \quad \dots\dots ①$$

$$x=19+4 \quad \dots\dots ②$$

를 비교하면 등식 ②는 등식 ①의 좌변에 있던 -4 를 $+4$ 로 부호를 바꾸어 우변으로 옮긴 것과 같다.

이와 같이 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 그 항의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

$$\begin{array}{l} x-4=19 \\ \quad \swarrow \text{이항} \searrow \\ x=19+4 \end{array}$$

✦ 이항(移項)은 '항을 옮긴다.'라는 뜻이다.

예 $4x+1=13$ 에서 좌변의 $+1$ 을 우변으로 이항하면 $4x=13-1$ 이 된다.

문제 1 다음 등식에서 밑줄 친 항을 이항하시오.

(1) $2x-3$ $=5$

(2) $6x=4+2x$

(3) $7-3x=-x+1$

(4) $x-3$ $=9-5x$

방정식 $2x-1=-x+7$ 에서 우변에 있는 항 $-x$ 와 7 을 모두 좌변으로 이항하면 $2x+x-1-7=0$ 이고, 이를 정리하면 $3x-8=0$ 이 된다. 이때 좌변 $3x-8$ 은 일차식이다.

✦ 미지수가 1개인 x 에 대한 일차방정식을 간단히 일차방정식이라고 한다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때

$$(x \text{에 대한 일차식}) = 0$$

의 꼴이 되는 방정식을 x 에 대한 **일차방정식**이라고 한다.

✦ 일차방정식에서 미지수는 보통 x 로 나타내지만 다른 문자를 사용할 수도 있다.

문제 2 다음 중 일차방정식을 모두 고르시오.

(1) $4x = 1 - x$

(2) $2x + 3 = x^2 + 3x$

(3) $1 - 2x = 3 - 6x$

(4) $y - 7 = 2y + 1$

2 일차방정식은 어떻게 풀까?

일반적으로 일차방정식을 풀 때는 미지수를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하고 동류항을 정리하여 푼다.

미지수를 포함한 항은 좌변으로

$$4x - 5 = 3x + 1$$

상수항은 우변으로

예제 1 일차방정식 $2x + 5 = -6x - 11$ 을 푸시오.

✓ **확인**

$x = -2$ 를 양변에 대입하면
(좌변) $= 2 \times (-2) + 5 = 1$
(우변) $= -6 \times (-2) - 11 = 1$
따라서 -2 는 해이다.

🔴 **풀이** 5와 $-6x$ 를 각각 이항하면

양변을 정리하면

양변을 8로 나누면

따라서

$$2x + 6x = -11 - 5$$

$$8x = -16$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{-16}{8}$$

$$x = -2$$

🟡 **답** $x = -2$

문제 3 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $3x - 16 = x$

(2) $6 - 5x = x + 9$

(3) $4x + 1 = 2x - 7$

(4) $-3x = -6x + 15$

괄호가 있는 일차방정식을 풀 때는 먼저 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 해를 구한다.

예제 2 일차방정식 $3(x-1)=5x-9$ 를 푸시오.

✓ **확인**

$x=3$ 을 양변에 대입하면
(좌변) $=3 \times (3-1)=6$
(우변) $=5 \times 3-9=6$
따라서 3은 해이다.

풀이 괄호를 풀면	$3x-3=5x-9$
-3과 $5x$ 를 각각 이항하면	$3x-5x=-9+3$
양변을 정리하면	$-2x=-6$
양변을 -2 로 나누면	$\frac{-2x}{-2}=\frac{-6}{-2}$
따라서	$x=3$

답 $x=3$

문제 4 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $2(x-1)=10-4x$

(2) $4-7(x+3)=13-2x$

계수에 소수가 있는 일차방정식은 양변에 10, 100, 1000, ... 중 알맞은 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀 수 있다.

예제 3 일차방정식 $0.2x+1.5=1.2-0.1x$ 를 푸시오.

✓ **확인**

$x=-1$ 을 양변에 대입하면
(좌변) $=0.2 \times (-1)+1.5$
 $=1.3$
(우변) $=1.2-0.1 \times (-1)$
 $=1.3$
따라서 -1 은 해이다.

풀이 양변에 10을 곱하면	$(0.2x+1.5) \times 10=(1.2-0.1x) \times 10$
괄호를 풀면	$2x+15=12-x$
15와 $-x$ 를 각각 이항하면	$2x+x=12-15$
양변을 정리하면	$3x=-3$
양변을 3으로 나누면	$\frac{3x}{3}=\frac{-3}{3}$
따라서	$x=-1$

답 $x=-1$

문제 5 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $0.6x - 1 = 0.8x - 2.8$

(2) $-0.06x + 0.14 = 0.2 + 0.02x$

계수에 분수가 있는 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀 수 있다.

예제 4 일차방정식 $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}x = \frac{1}{2}x$ 를 푸시오.

풀이 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}x\right) \times 6 = \frac{1}{2}x \times 6$$

괄호를 풀면

$$4 - x = 3x$$

4와 3x를 각각 이항하면

$$-x - 3x = -4$$

양변을 정리하면

$$-4x = -4$$

양변을 -4로 나누면

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-4}{-4}$$

따라서

$$x = 1$$

답 $x = 1$

확인

$x = 1$ 을 양변에 대입하면

$$\text{(좌변)} = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{(우변)} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

따라서 1은 해이다.

문제 6 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $\frac{3}{4}x - 2 = -x + \frac{3}{2}$

(2) $\frac{x}{6} + 1 = \frac{x+3}{8}$

핵심 역량 의사소통

$\frac{2x+1}{6} - \frac{x-1}{4} = 1$ 을 다음 두 가지 방법으로 풀어 보고, 둘 중 더 편리하다고 생각되는 방법과 그 이유를 말하여 보자.

방법 1

분모를 통분하면

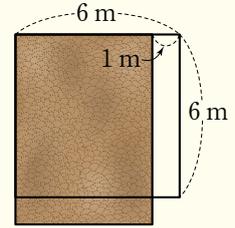
방법 2

양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면

3 일차방정식은 어떻게 활용할까?



한 번의 길이가 6 m인 정사각형 모양의 땅이 있다. 가로 길이를 1 m 줄이고 세로의 길이를 적당히 늘여서 처음 정사각형의 넓이와 같은 직사각형 모양의 땅을 만들었다. 이때 세로의 길이를 얼마나 늘이면 될지 생각하여 보자.



여러 가지 실생활 문제를 해결할 때는 주어진 수량 사이의 관계를 일차방정식으로 나타내어 풀 수 있다.

생각 깨우기 를 다음과 같은 순서로 해결하여 보자.

문제 이해하기 문제를 뜻을 이해하고, 상황에 맞게 미지수를 정한다.

늘어난 세로의 길이를 x m라고 하자.

해결 계획 세우기 주어진 조건을 이용하여 수량 사이의 관계를 찾아 방정식을 세운다.

처음 정사각형의 넓이는 36 m^2 이고, 바뀐 직사각형의 가로 길이는 5 m, 세로의 길이는 $(6+x)$ m이므로 바뀐 직사각형의 넓이는 $5(6+x) \text{ m}^2$ 이다.

(처음 정사각형의 넓이) = (바뀐 직사각형의 넓이)이므로 주어진 조건에 따라 방정식으로 나타내면 $36 = 5(6+x)$ 이다.

계획 실행하기 방정식을 푼다.

이 방정식을 풀면

$$\begin{aligned} 36 &= 5(6+x) \\ 36 &= 30+5x \\ -5x &= -6 \\ x &= 1.2 \end{aligned}$$

따라서 늘어난 세로의 길이는 1.2 m이다.

확인하기 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

바뀐 직사각형의 가로 길이는 5 m, 세로의 길이는 7.2 m이므로 직사각형의 넓이 $5 \times 7.2 = 36(\text{m}^2)$ 는 처음 정사각형의 넓이 36 m^2 와 같다.

예제 5 유정이는 가격이 같은 케이크 3조각과 한 개에 2000원인 음료수 2잔을 사고 14500원을 지불하였다. 케이크 한 조각의 가격을 구하시오.



풀이 문제 이해하기

케이크 한 조각의 가격을 x 원이라고 하자.

해결 계획 세우기

케이크 3조각의 가격이 $3x$ 원, 음료수 2잔의 가격이 4000원이므로

$$3x + 4000 = 14500$$

계획 실행하기

이 방정식을 풀면

$$3x = 10500, \quad x = 3500$$

따라서 케이크 한 조각의 가격은 3500원이다.

확인하기

지불한 금액이 $3 \times 3500 + 4000 = 14500$ (원)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

답 3500원

문제 7 다음은 연속하는 세 자연수의 합이 63일 때, 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

문제 이해하기

가장 작은 수를 x 라고 하면 가운데 수는 □ 이고, 가장 큰 수는 □ 이다.

해결 계획 세우기

연속하는 세 자연수의 합이 63이므로

$$x + (\square) + (\square) = 63$$

계획 실행하기

이 방정식을 풀면

$$3x = \square, \quad x = \square$$

따라서 가장 작은 수는 □ 이다.

확인하기

세 수가 □, □, □ 이고, □ + □ + □ = 63이므로 문제의 뜻에 맞는다.



예제 6 연우가 공원 안의 두 지점 A, B를 왕복하는데 A지점에서 B지점까지 갈 때는 시속 3 km로 걷고, B지점에서 A지점까지 갈 때는 시속 4 km로 걸어 총 70분이 걸렸다. 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하시오.

풀이 두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라고 하면, A지점에서 B지점까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{3}$ 시간, B지점에서 A지점까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{4}$ 시간이다.

왕복하는 데 걸린 시간은 70분, 즉 $\frac{7}{6}$ 시간이므로

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{7}{6}, \quad 4x + 3x = 14$$

$$7x = 14, \quad x = 2$$

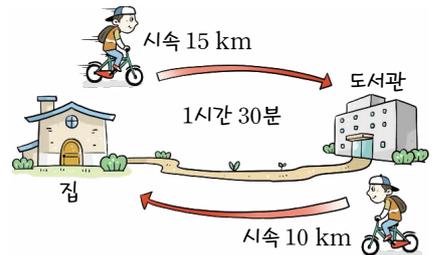
따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 2 km이다.

연우가 A지점에서 B지점까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{2}{3}$ 시간(40분)이고,

B지점에서 A지점까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{1}{2}$ 시간(30분)이므로 왕복하는 데 70분이 걸렸고 문제의 뜻에 맞는다.

답 2 km

문제 8 민준이가 집에서 도서관까지 자전거를 타고 왕복하는 데 갈 때는 시속 15 km로 달리고, 올 때는 시속 10 km로 달려서 총 1시간 30분이 걸렸다. 집에서 도서관 사이의 거리를 구하시오.



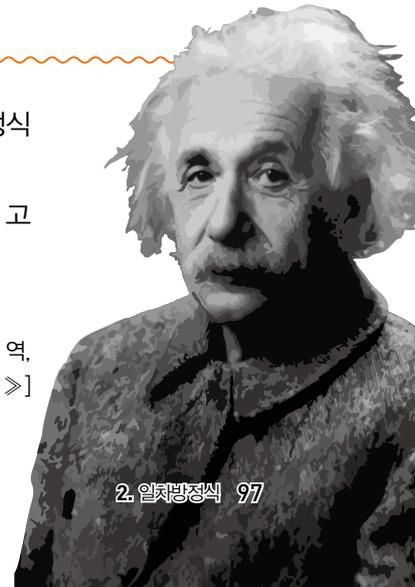
핵심 역량 태도 및 실천

아인슈타인(Einstein, A., 1879~1955)은 인생의 성공 방정식을 $S = X + Y + Z$ 라고 하였다고 한다.

S 는 성공, X 는 열심히 일하는 것, Y 는 인생을 즐기는 것, Z 는 고요히 침묵하는 시간이다.

나만의 행복 방정식을 만들어 보자.

[출처: 다니엘 스미스, 허수빈 역, 《아인슈타인: 우리가 천재라고 부르는 세기의 지성인!》]





우리 집 탄소 발자국을 줄이자

2015년 12월 12일 전 세계 190여 개국은 '파리협정'을 체결하고 온실가스를 줄이기 위하여 노력하기로 합의하였다. 이는 온실가스가 대기로 들어가면서 지구 온난화가 진행되어 지구 환경에 악영향을 끼치고 있기 때문이다.

우리도 생활하면서 직접적 또는 간접적으로 많은 온실가스(특히 이산화 탄소 CO₂)를 만들어내고 있다. 탄소 발자국은 인간이 걸을 때 발자국을 남기듯이 인간의 활동을 통하여 발생하는 온실가스의 총량을 발자국으로 상징화하여 나타낸 이름이다. 우리 집이 일상생활에서 남기는 탄소 발자국의 크기를 계산하여 보고, 이를 줄이도록 노력하여 지구 온난화의 피해를 줄이는 데 기여하여 보자.

1 다음은 가정에서 발생하는 이산화 탄소 발생량을 계산하는 방법이다. 물음에 답하여 보자.

$$\text{전기로 인한 이산화 탄소 발생량(kg)} = \text{전기 사용량(kWh)} \times 0.424$$

$$\text{물로 인한 이산화 탄소 발생량(kg)} = \text{물 사용량(m}^3\text{)} \times 0.33$$



- (1) 희주네 가족의 연간 전기 사용량은 3700 kWh이고 물 사용량은 200 m³라고 할 때, 희주네 집에서 전기와 물의 사용으로 발생한 이산화 탄소의 양을 계산하여 보자.
- (2) 20년생 소나무 한 그루당 이산화 탄소 흡수량은 연간 2.7 kg이라고 한다. (1)에서 발생한 이산화 탄소를 완전히 없애기 위해서는 20년생 소나무가 몇 그루 필요한지 계산하여 보자.

2 지구 온난화에 대하여 좀 더 알아보고, 다음 조건에 따라 보고서를 작성하여 보자.

- (1) 이산화 탄소 발생량을 줄일 수 있는 방법을 조사한다.
- (2) 탄소 발자국과 관련된 누리집을 참고하여 내가 실천한 활동으로 인하여 줄어든 이산화 탄소의 양을 계산한다.
- (3) 줄어든 이산화 탄소의 양은 소나무 몇 그루를 심은 것과 같은 효과가 있는지 계산한다.
- (4) 앞으로 지속적으로 실천할 목표를 정하고 실천한다.

[출처: 한국기후·환경네트워크, 2016]





1 방정식과 그 해

- (1) 등식: 등호 =를 사용하여 나타낸 식
- (2) x 에 대한 방정식: x 의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식
- (3) 미지수: 방정식에 있는 문자
- (4) 해(근): 방정식을 참이 되게 하는 미지수의 값
- (5) 항등식: 미지수의 모든 값에 대하여 항상 참이 되는 등식
- (6) 등식의 성질
 - ① $a=b$ 이면 $a+c=b+c$
 - ② $a=b$ 이면 $a-c=b-c$
 - ③ $a=b$ 이면 $ac=bc$
 - ④ $a=b$ 이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c \neq 0$)

2 일차방정식

- (1) 이항

등식의 한 변에 있는 항을 그 항의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것
- (2) x 에 대한 일차방정식

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때 (x 에 대한 일차식)=0의 꼴이 되는 방정식
- (3) 일차방정식의 풀이 방법
 - ① 미지수를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하고 동류항을 정리하여 푼다.
 - ② 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
 - ③ 계수에 소수 또는 분수가 있을 때는 양변에 알맞은 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.
 - ④ 양변을 미지수의 계수로 나누어 $x=(\text{수})$ 의 꼴로 나타낸다.

1 다음 중 등식의 성질을 이용하여 옳은 것은 ○를, 틀린 것은 ×를 하시오.

- (1) $a-2=b-2$ 이면 $a=b$ 이다. ()
- (2) $a=b+1$ 이면 $2a=2b+1$ 이다. ()
- (3) $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$ 이면 $2a=3b$ 이다. ()
- (4) $-a=3b$ 이면 $2a=-6b$ 이다. ()

2 다음 보기 중 일차방정식을 모두 고르시오.

〈보기〉

- ㄱ. $3x-5=-5+3x$
- ㄴ. $x^2+4x=1-x+x^2$
- ㄷ. $-2+3x^2=7+4x^2$
- ㄹ. $5x-8x+1=0$

3 다음 등식에서 밑줄 친 항을 이항하시오.

- (1) $x-1=3$
- (2) $2x-1-7x=6$
- (3) $-x+4=-5x-3$

4 다음 일차방정식을 푸시오.

- (1) $\frac{2}{3}x=4$
- (2) $8x-5=-29$
- (3) $7x-11=3x+5$
- (4) $\frac{x}{3}-1=5$



일차방정식의 해 | 5 x 에 대한 다음 두 일차방정식의 해가 서로 같을 때, a 의 값을 구하시오.

$$3x + 6 = 5 + 2x, \quad -5x + 2a = -11$$

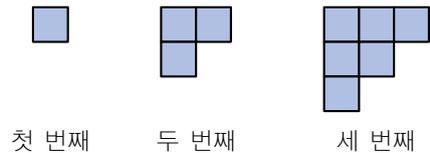
계수가 분수인 일차방정식의 풀이 | 6 다음은 일차방정식 $\frac{x}{6} - 3 = x - \frac{1}{2}$ 을 푸는 방법을 설명한 것이다. 바르게 설명한 학생을 고르시오.

수영: 주어진 방정식의 양변에 12를 곱하여 $2x - 3 = x - 6$ 을 만들었어.
 민지: 수영이가 만든 식을 이항하여 정리하면 $x = -3$ 이네.
 수민: 주어진 방정식을 이항하여 $\frac{x}{6} + x = -\frac{1}{2} - 3$ 을 만들었어.
 민수: 수민이가 만든 식을 정리하면 $\frac{7}{6}x = -\frac{7}{2}$ 이야. 이 식의 양변에 $\frac{7}{6}$ 을 곱하면 $x = -3$ 이 되지?

일차방정식의 풀이 | 7 다음 일차방정식을 푸시오.

- (1) $6(x + 4) = 7(x - 2) - 1$ (2) $4.3x - 0.8 = 1.8x + 4.2$
 (3) $2 - 3x = \frac{3-x}{2} + 3$ (4) $\frac{3x-11}{5} + \frac{2x+1}{6} = -\frac{4}{3}$

일차방정식의 활용 | 8 한 변의 길이가 $2x - 1$ 인 정사각형을 오른쪽 그림과 같이 붙여 나갈 때, 아홉 번째 도형의 둘레의 길이가 252이다. 이때 x 의 값을 구하시오.



일차방정식의 활용 | 9 현재 형과 동생의 예금액은 각각 25000원과 9000원이다. 형은 매달 2000원, 동생은 매달 1500원씩 저금한다면 형의 예금액이 동생의 예금액의 두 배가 되는 것은 몇 개월 후인지 구하시오.
 (단, 이자는 생각하지 않는다.)





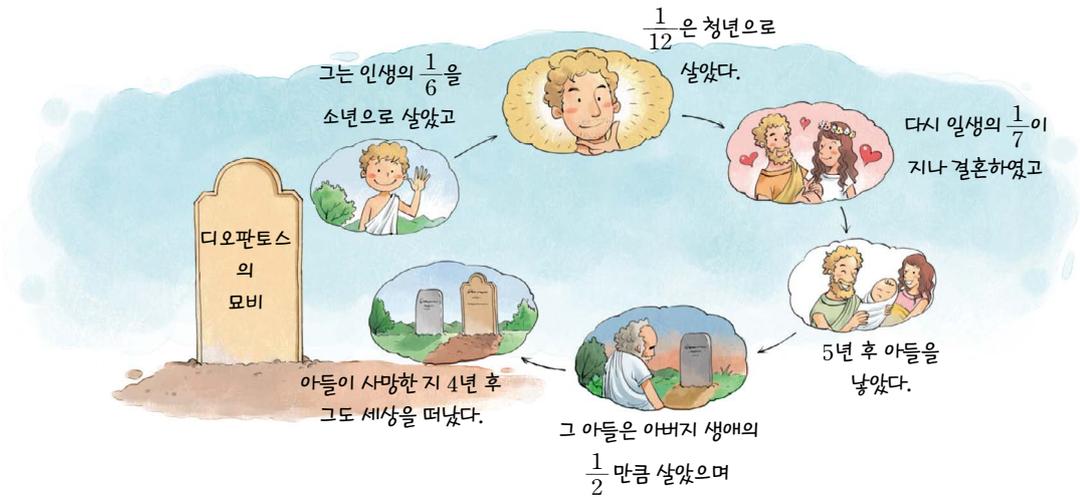
일차방정식의 해 | 10 x 에 대한 일차방정식 $1-ax=2(x+b+4)$ 의 해가 $x=-5$ 일 때, $4b-10a$ 의 값을 구하시오.

일차방정식의 활용 | 11 어느 중학교의 작년 1학년 학생 수는 400명이었다. 그런데 올해는 작년에 비하여 남학생 수는 3% 줄었고, 여학생 수는 5% 늘어서 전체 학생 수가 4명 늘었다. 올해 1학년의 여학생 수를 구하시오.



과정 중심 평가

고대 그리스의 수학자인 디오판토스는 문자와 기호를 도입하는 데 큰 공헌을 하였다. 그가 태어난 연도와 사망한 연도를 정확하게는 알 수 없지만 《그리스 명시선집(Greek Anthology)》에는 디오판토스의 일생을 짐작할 수 있는 다음과 같은 글이 실려 있다. 이 내용이 역사적으로 정확하다고 할 때, 디오판토스는 몇 살까지 살았는지 구하시오.



[출처: 조엘 레비, 오혜정 역, 《BIG QUESTIONS: 사진으로 이해하는 수학의 모든 것》]

- (1) 구하고자 하는 것은 무엇인가?
- (2) 디오판토스의 일생을 다음 직선에 나타내시오.



- (3) 방정식으로 나타내시오.
- (4) 방정식을 풀고 구한 해가 맞는지 확인하시오.
- (5) 자신의 일생을 계획하여 위의 그림과 같은 문제를 만들고 푸시오.



역사 속 일차방정식

옛날 기록을 보면 일차방정식을 이용하여 해결할 수 있는 문제를 많이 접할 수 있다. 하지만 당시에는 지금과는 다른 방법으로 문제를 해결하였다. 다음 문제들을 다양한 방법으로 해결하여 보자.

- 1 다음은 인도의 수학자 바스카라(Bhaskara, A., 1114~1185 (1193?))가 쓴 수학책 《릴라바티》에 나온 문제이다.

선녀같이 아름다운 눈동자의 아가씨여!
참새 몇 마리가 들판에서 놀고 있는데 두 마리가 더 날아왔습니다.
그리고 저 푸른 숲에서, 그것의 다섯 배가 되는 귀여운 참새 떼가 또 날아와서
함께 놀았어요. 저녁노을이 질 무렵, 열 마리의 참새는 숲으로 돌아가고
남은 참새 스무 마리는 밀밭에 숨었대요.
처음 참새는 몇 마리였는지
내게 말해 주세요.

[출처: 박은경, <방정식 단원의 역사 발생적 분석 및 교육적 활용>]



- 2 다음은 조선 후기의 실학자인 황윤석(黃胤錫, 1729~1791)의 《이수신편(理數新編)》에 있는 <난법가(難法歌)> 중 한 문제이다.

만두 백 개에 스님이 백 명인데,
큰스님에게 세 개씩 나누어 주고,
작은 스님에게 세 사람당 한 개씩 나누어 준다면
큰스님은 몇 명이고,
작은 스님은 몇 명일까?

[출처: 김지혜, <중학교 교육과정에서 방정식의 수학사적 연구>]





스스로 하는 대단원 마무리



1 다음 중 문자를 사용하여 나타낸 식으로 옳지 않은 것은? [4점]

- ① 한 변의 길이가 a cm인 정사각형의 둘레의 길이 $\Rightarrow 4a$ (cm)
- ② 한 시간에 y km의 속력으로 달릴 때 x 시간 동안 달린 거리 $\Rightarrow xy$ (km)
- ③ 4개에 x 원 하는 배 한 개의 가격 $\Rightarrow 4x$ (원)
- ④ 300원짜리 지우개를 x 개 사고 2000원을 냈을 때의 거스름돈 $\Rightarrow 2000 - 300x$ (원)
- ⑤ 밑변의 길이가 a cm이고 높이가 h cm인 삼각형의 넓이 $\Rightarrow \frac{1}{2}ah$ (cm²)

2 다음 중 기호 \times , \div 를 생략하여 바르게 나타낸 것은? [5점]

- ① $0.1 \times a = 0.a$
- ② $a \times a \times a = 3a$
- ③ $a \div 2 \times b = \frac{a}{2b}$
- ④ $a - b \div 5 = \frac{a-b}{5}$
- ⑤ $x \times x \times x \times y = x^3y$

3 $x = -2$ 일 때, 다음 식의 값 중 가장 큰 것은? [5점]

- ① $-x$
- ② $(-x)^2$
- ③ $x+3$
- ④ $-x^2+2$
- ⑤ $\frac{2}{x}+3$

4 다음 중 다항식 $3x^2 - 4x + 1$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [4점]

- ① 항은 모두 3개이다.
- ② x 의 계수는 4이다.
- ③ 상수항은 1이다.
- ④ 다항식의 차수는 2이다.
- ⑤ x^2 의 계수는 3이다.

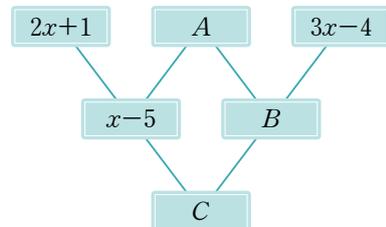
5 다음 보기 중 $-x$ 와 동류항을 모두 고른 것은? [4점]

<보기>

- | | | |
|----------|-------------------|---------|
| ㄱ. $2x$ | ㄴ. $-\frac{x}{3}$ | ㄷ. -5 |
| ㄹ. $-2y$ | ㅁ. $2x^2$ | |

- ① ㄱ, ㄴ
- ② ㄱ, ㄹ
- ③ ㄱ, ㅁ
- ④ ㄴ, ㄹ
- ⑤ ㄴ, ㅁ

6 다음 그림에서 안의 식은 바로 위 양 옆의 안의 수 또는 식의 합이다. 이때 $A+B+C$ 를 구하면? [6점]



- ① $6x-19$
- ② $4x-31$
- ③ $3x-15$
- ④ $2x-10$
- ⑤ $-x-6$



7 다음 중 일차방정식이 아닌 것은? [5점]

- ① $x+2=3x+1$ ② $4x+3=5$
 ③ $2x+1=1-2x$ ④ $x-3=-3+x$
 ⑤ $x^2+x=x^2+3$

8 다음은 등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 푸는 과정이다. (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수는?

[5점]

$$2x-2=6$$

$$2x-2+(\text{가})=6+(\text{가})$$

$$2x=(\text{나})$$

$$2x \times (\text{다})=(\text{나}) \times (\text{다})$$

$$x=(\text{라})$$

- | | (가) | (나) | (다) | (라) |
|---|-----|-----|---------------|---------------|
| ① | 1 | 4 | 2 | 4 |
| ② | 2 | 4 | 2 | $\frac{1}{4}$ |
| ③ | 2 | 8 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |
| ④ | 2 | 8 | $\frac{1}{2}$ | 4 |
| ⑤ | 2 | 8 | 2 | 4 |

9 일차방정식 $3x-a=8-ax$ 의 해가 $x=-4$ 일 때, a 의 값은? [6점]

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ 1 ⑤ 3

10 일차방정식 $2\{3-(4x+1)+5x\}=7x-6$ 의 해는? [6점]

- ① $x=-2$ ② $x=-1$ ③ $x=0$
 ④ $x=1$ ⑤ $x=2$

11 어떤 일차식에서 $-2x+7$ 을 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $-5x+2$ 가 되었다. 이때 바르게 계산한 식은? [6점]

- ① $-x-5$ ② $-x+12$
 ③ x ④ $-x-12$
 ⑤ $x+5$

12 길이가 72 cm인 철사를 구부려 직사각형을 만드는데 가로와 세로의 길이의 비를 2:1이 되도록 하려고 한다. 이 직사각형의 가로의 길이는? [6점]

- ① 20 cm ② 24 cm ③ 28 cm
 ④ 32 cm ⑤ 36 cm

13 다음 그림에서 가로, 세로, 대각선에 놓인 세 일차식의 합이 모두 같을 때, $A-B$ 를 구하십시오. [9점]

$7x-1$	A	$3x-3$
$-3x-2$	x	$5x+2$
$-x+3$	$9x-4$	B

14 올해 민호 아버지의 나이는 42살, 민호의 나이는 12살이다. 몇 년 후에 민호 아버지의 나이가 민호의 나이의 3배가 되는지 구하십시오.

[9점]



15 **서술형** x 에 대한 일차방정식

$$4(5-2x) = a$$

의 해가 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [10점]

16 **서술형** 어떤 욕조에 물을 가득 채우려고 한다. 찬물이 나오는 수도꼭지를 틀면 20분 만에 욕조를 가득 채울 수 있고, 더운물이 나오는 수도꼭지를 틀면 30분 만에 욕조를 가득 채울 수 있다고 한다. 두 수도꼭지를 동시에 틀면 몇 분 만에 욕조가 가득 차는지 구하시오.

[10점]



스스로 평가하기



학습 내용

다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있는가?



식의 값을 구할 수 있는가?



일차식의 계산을 할 수 있는가?



방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 알고 있는가?



일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?



학습 태도

수업 준비를 잘하였는가?



수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?



친구들과 협력하여 과제를 해결하였는가?



과제를 스스로 이해하고 해결하려고 노력하였는가?



틀린 문제는 그 이유를 알아보고 다시 풀어 보았는가?



느낀 점과 다짐



나도 세금을 내고 있을까?

세금은 나라의 살림살이를 꾸려 가는 데 필요한 돈을 국민으로부터 걷는 돈이다.

한 나라의 인구가 늘어나고 사람들의 삶이 복잡해지면서 국가가 하는 일도 다양해졌다. 나라를 외국의 침략으로부터 지키고, 도둑이나 강도와 같은 위협으로부터 국민을 보호하며, 교육 시설과 복지 시설을 마련하는 등 각종 공공시설을 만들어 국민의 생활을 풍요롭고 행복하게 만드는 데 많은 돈이 필요해졌다. 이러한 돈을 마련하기 위하여 나라는 국민으로부터 각자의 경제 능력에 맞게 법에 따라 세금을 걷고 있다.

다음은 중학생인 서윤이의 일상생활을 적은 글이다. 글의 내용 중 세금과 관련이 있는 것을 찾아보자.

서윤이는 오늘도 엄마가 깨우는 소리에 흐느적거리며 일어났습니다. 정신없이 세수를 하고 아침 식사를 한 후 집을 나섰습니다. 급하게 걸어가다가 같은 반 친구 세영이를 만났습니다. 세영이의 손에 들려 있는 컴퍼스가 보입니다. 아차! 드디어 생각났습니다. 오늘 수학 시간에 컴퍼스가 필요합니다. 어쩔 수 없이 문구점을 들렀다 학교에 갔습니다. 다행히 지각은 면했습니다. 학교에서의 일과를 마치고 기말고사를 대비하기 위한 공부를 위하여 도서관으로 갔습니다. 오늘부터는 공부에 집중하려 했지만 배에서 자꾸 신호를 보내옵니다. 같이 간 친구 지영이와 눈빛이 마주치자, 우리는 매점으로 향합니다. 김밥과 딸기 우유를 사 먹고 다시 공부를 시작했습니다. 공부를 끝내고 나오자 날이 어두워졌습니다. 다행히 가로등이 길을 밝혀 주어, 무섭지 않게 집에 올 수 있었습니다.

[출처: 전국사회교사모임, 《사회 선생님도 궁금한 101가지 사회질문사전》]



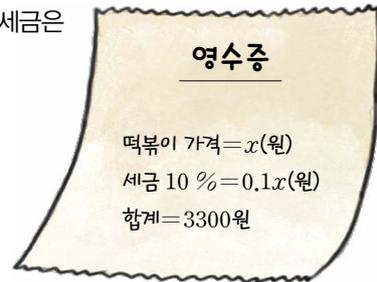


앞의 글에서 학교, 도서관, 가로등 등은 우리가 내는 세금으로 운영된다. 이러한 세금은 법에 따라 국민으로부터 걷게 되는데 중학생들도 세금을 내는 경우가 있다. 서윤이가 컴퍼스, 김밥, 딸기 우유를 사면서 지불하는 금액에 세금이 포함되어 있는 것이다.

일반적으로 우리나라 사람들이 지불하는 물건값에는 본래 가격의 10%가 세금으로 포함되어 있다. 따라서 물건을 사는 사람들은 물건을 사면서 세금도 같이 내게 된다. 예를 들어 우리가 550원에 펜을 샀다면 본래 펜의 가격은 500원이고, 50원은 세금으로 내고 있는 것이다.

프로젝트 과제

- 1 분식점에서 떡볶이를 먹고 3300원을 지불하였다면 이 중에서 내가 낸 세금은 얼마인지 오른쪽 그림을 보고 답하여 보자.



그러나 우리가 지불하는 모든 물건값에 세금이 포함되어 있는 것은 아니다.

기초 생활필수품인 가공하지 않은 식품에는 세금이 붙지 않는다. 예를 들어 가공하지 않은 우유를 살 때는 세금을 내지 않지만, 가공한 딸기 우유를 살 때는 세금을 내게 된다.

프로젝트 과제

- 2 세금을 내지 않는 또 다른 물품에 대하여 조사하여 보자.
- 3 기초 생활필수품인 가공하지 않은 식품과 2에서 조사한 물품을 살 때 세금을 내지 않는 이유에 대하여 자신의 생각을 이야기하여 보자.

