이 단원을 들어가며

여러 나라 사람들이 모이는 공항에서는 표지판을 보면 식당이나 비상구, 화장실 등을 쉽게 찾을 수 있습니다.
이와 같이 수학에서도 기호와 문자를 사용하면 복잡한 내용을 간결하게 나타낼 수 있습니다.

● 단원의 지도 계통

배운 내용	이 단원의 내용
초등학교 1~2학년 ▶ □가 사용된 식	**1. 문자의 사용과 식의 계산** 1. 문자의 사용 2. 일차식의 계산
초등학교 5~6학년 ▶ 자연수의 혼합 계산 ▶ □, △를 사용하여 식으로 나타내기	**2. 일차방정식** 1. 방정식과 그 해 2. 일차방정식

Ⅱ 문자와 식

1 문자의 사용과 식의 계산

2 일차방정식

이 단원을 통하여

- 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.
- 식의 값을 구할 수 있다.
- 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
- 방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 이해한다.
- 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

활동 자료

배울 내용

중학교 2
- ▶ 일차부등식
- ▶ 미지수가 2개인 연립일차방정식

중학교 3
- ▶ 다항식의 곱셈과 인수분해
- ▶ 이차방정식

▶ 2015 개정 교육과정에서 바뀐 내용

제외된 것

지나치게 복잡한 일차방정식의 활용 문제는 다루지 않음.

Ⅱ 문자와 식

단원의 개관

1 단원의 핵심 개념 해설

문자는 수량 관계를 명확하고 간결하게 표현하는 수학적 언어이다. 문자를 통하여 수량 사이의 관계를 일반화함으로써 산술에서 대수로 이행하며, 수에 대한 사칙연산은 다항식으로 확장되어 적용된다. 또한, 방정식은 양 사이의 관계를 나타내며, 적절한 절차를 따라 이를 만족시키는 해를 구할 수 있다. 문자는 수학적 의사소통을 원활히 할 수 있도록 도와주고, 문자를 이용한 방정식은 여러 가지 문제를 해결하는 중요한 도구가 된다.

2 단원의 지도 목표

① 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있게 한다.
② 식의 값을 구할 수 있게 한다.
③ 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.
④ 방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 이해하게 한다.
⑤ 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

3 교수·학습 방법 및 유의 사항

① 다양한 상황에서 문자의 필요성과 유용성을 인식하게 한다.
② 문자와 수, 문자와 일상 언어의 공통점과 차이점을 찾아보게 하고 문자의 특징을 이해하게 한다.
③ 방정식은 다양한 상황을 통해 도입하여 그 필요성을 인식하게 하고, 여러 가지 방법으로 풀어 보면서 더 나은 풀이 방법을 찾고 설명해 보게 한다.
④ 방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결하고 그 유용성과 편리함을 인식하게 한다.
⑤ 방정식의 해가 문제 상황에 적합한지 확인하게 한다.
⑥ '식의 값', '좌변', '우변', '양변' 용어는 교수·학습 상황에서 사용할 수 있다.

4 평가 방법 및 유의 사항

① 방정식에 대한 지나치게 복잡한 활용 문제는 다루지 않는다.

단원의 이론적 배경

1 대수 지도의 의의

문자 기호의 도입이 본격적으로 시작되는 중학교의 대수 학습은 문제 해결과 관련된 일련의 조작에서 시작되어 구조의 학습을 위한 기초를 제공한다. 대수 학습을 통하여 학생들은 여러 가지 문제 상황을 수식으로 표현하여 해결하는 능력, 양 사이의 관계를 탐구하고 문제를 형식화하거나 일반화하는 능력, 문제를 구조적 관점에서 다룰 수 있는 능력을 기를 수 있다.

대수 학습의 기본이 되는 문자와 식은 수학적 의사소통에 필수적인 언어일 뿐만 아니라 추상화의 단계에서 개념을 조작하고 적용할 수 있는 수단인 동시에 일반화와 통찰을 용이하게 하는 방법을 제공하는 도구이다. 또한, 문자와 식의 학습에서 주요 내용으로 지도되는 방정식은 실생활의 문제를 포함한 수학 내적·외적 문제 해결에 중요한 도구로서의 역할을 한다.

2 단원 내용

(1) 문자와 기호 사용의 역사적 개관

문자와 기호가 정확하게 언제부터 사용되었는지 정확하게 알기는 어렵지만 현재와 같은 기호 표기법이 사용된 지는 400년 이상 되지 않았다.

문자와 기호의 사용에서 최초의 약어(略語)적 표현이 실려 있는 책은 디오판토스(Diophantos, 200?~284?)의 저서 ≪산학(Arithmetica)≫이다. 약어적 표기는 자주 쓰는 양이나 연산을 축약된 용어나 머리글자로 나타내는 것이다. 그는 제곱을 뜻하는 그리스 단어 dunamis($\mathit{\Delta TNAMI\Sigma}$)의 첫 두 글자를 따서 '미지수의 제곱'을 $\mathit{\Delta}^{T}$로 표기하였고, '빼기'에 대한 기호는 부족을 뜻하는 그리스 단어 leipis($\mathit{\Lambda EI\Psi I\Sigma}$)의 두 글자 $\mathit{\Lambda I}$를 합성하여 ⋔으로 나타내었다.

16세기 프랑스의 수학자 비에트(Viéte, F., 1540~1603)는 ≪해석학 서설≫에서 모음(a, e, i, o, u)들을 미지의 양을 표현하는 데 사용하였고, 자음들을 기지의 양을 표현하는 데 사용하여 대수학의 기호화에 큰 공헌을 하였다. 데카르트(Descartes, R., 1596~1650)는 ≪방법 서설≫에서 알파벳 마지막 글자들(x, y, z)을 미지수로 사용하고 처음 글자들(a, b, c)을 기지수로 사용하는 현재의 전통을 세웠다.

(2) 문자와 기호 사용의 의의

① 명확성

수학적 상황을 간결하고 명확하게 표현함으로써 자기 자신의 생각을 정리할 수 있을 뿐만 아니라 수학적 의사소

통을 원활하게 해 준다.

② 일반성

문자를 사용하여 식을 표현함으로써 식의 일반성을 갖게 할 수 있다.

③ 엄밀성

식으로 표현된 내용의 범위를 엄밀하게 검토할 수 있다.

④ 통합성

구체적이고 개별적인 내용을 넘어서 식의 형식에 주목하면 문자를 이용하여 많은 관계를 통합적으로 고찰할 수 있다. 예를 들어 겉으로 보기에는 다르지만 식으로 표현하면 같은 구조를 가진 문제들을 하나의 유형 아래 통합하여 해석할 수 있다.

⑤ 추상성

구체적으로 제시하거나 경험할 수 없는 수학적 대상을 처리할 수 있다.

(3) 방정식의 역사적 개관

동서양을 막론하고 방정식에 대한 문제는 오랜 역사를 가졌다.

기록에 나타난 가장 오래된 방정식은 기원전 1650년경 아메스(Ahmes, B.C. 1680?~B.C. 1620?)가 ≪린드 파피루스≫에 남긴 것으로 그 문제는 다음과 같다.

‘아하’와 ‘아하’의 $\frac{1}{7}$의 합은 19이다.

디오판토스는 250년경 그의 저서 ≪산학≫에서 기호를 사용하여 일 · 이차방정식의 해법을 기술하였으며, 이항과 동류항의 정리와 같은 계산 방법을 제시하였다. 디오판토스는 양의 유리수만을 해로 인정하였고, 대부분 문제에 대한 하나의 해를 찾으면 그에 만족했었다.

아라비아의 수학은 산술이나 방정식 분야에 치중했는데, 이항을 이용하여 방정식을 푸는 방법이 정착된 것은 알콰리즈미(Al-Khwarizmi, 780?~850?)때부터이다. 인도의 수학자 바스카라(Bhaskara, A., 1114~1185 (1193?))는 1150년에 이차방정식에 두 근이 있고, 음의 근과 무리근이 존재함을 인식한 최초의 수학자이다.

방정식(方程式)이란 말은 중국 한나라 수학책 ≪구장산술≫의 제8장 〈방정〉에서 유래한 것이다. 이 책에서는 우리가 현재 연립방정식의 계수들을 마방진과 같은 틀 안에 써놓고 이리저리 더하고 빼서 해를 구하였다. 정사각형[方] 안에서 이루어지는 과정[程]이라는 의미에서 그 풀이 방법을 ‘방정(方程)’이라고 했다.

3 문자와 식 지도를 위한 수업의 방향

2015 개정 수학과 교육과정에서는 중학교에서 처음으로 문자가 도입된다. 따라서 문자와 식 지도를 위한 수업은 문자와 식의 필요성과 유용성을 학생들이 느낄 수 있도록 직접 수학을 만들어 가면서 수학적 사고를 경험할 수 있도록 하는 과정을 포함해야 한다. 즉, 수학 문제를 해결하기 위해서는 문제를 문자와 기호로 표현하여 내용을 명확하게 파악하는 것이 필요함을 인식할 수 있도록 해야 한다. 또한, 방정식을 다양한 방법으로 해결해 보는 활동을 통하여, 문자를 사용하여 일반화된 식으로 표현하면 형식적인 계산 조작을 통하여 일차방정식의 해를 반드시 찾아낼 수 있음을 이해할 수 있도록 한다.

참고 자료 및 웹 사이트

- 김남희, 나귀수, 이경화, 정영옥, 홍진곤, ≪수학 교육과정과 교재 연구≫, 경문사, 2016, 54쪽, 99쪽
- 존 더비셔, 고중숙 역, ≪미지수, 상상의 역사≫, 승산, 2011
- Howard Eves, 허민, 오혜영 역, ≪수학의 위대한 순간들≫, 경문사, 1997, 149쪽
- 우정호, ≪학교수학의 교육적 기초≫, 서울대학교 출판부, 2007

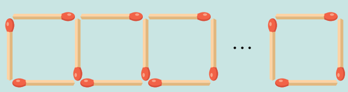
Ⅱ 문자와 식

단원의 지도 계획

중단원	소단원	교과서 쪽수	차시	지도 내용	용어와 기호
대단원 도입		62~64	1	수학에서는 문자와 기호를 왜 사용할까?	
1. 문자의 사용과 식의 계산	중단원 도입	65	1	되짚어 보기	
	1. 문자의 사용	66~71	1~4	문자를 사용하여 식으로 나타내기	대입
				곱셈 기호와 나눗셈 기호의 생략	
				식의 값 구하기	
	창의력을 키우는 활동	72	4	신체를 활용하여 길이를 재어 보자	
	2. 일차식의 계산	73~79	5~9	다항식, 단항식, 일차식	항, 상수항, 계수, 다항식, 단항식, 차수, 일차식, 동류항
				일차식과 수의 곱셈과 나눗셈	
				일차식의 덧셈과 뺄셈	
	창의력을 키우는 활동	80	9	친구의 생일을 맞추어 보자	
	스스로 하는 중단원 마무리	81~83	10	중단원 학습 내용 확인	
2. 일차방정식	중단원 도입	84	11	되짚어 보기	
	1. 방정식과 그 해	85~90	11~14	등식, 방정식, 항등식	등식, 방정식, 미지수, 해, 근, 항등식
				등식의 성질	
	2. 일차방정식	91~97	15~19	일차방정식의 뜻	이항, 일차방정식
				일차방정식의 풀이	
				일차방정식의 활용	
	창의력을 키우는 활동	98	19	우리 집 탄소 발자국을 줄이자	
	스스로 하는 중단원 마무리	99~101	20	중단원 학습 내용 확인	
	이야기로 만나는 수학	102	20	역사 속 일차방정식	
스스로 하는 대단원 마무리		103~105	21	대단원 학습 내용 확인	
수학으로 세상을 건너다		106~107	22	나도 세금을 내고 있을까?	

역량 중심 학습 지도안 예시

중단원명	1. 문자의 사용과 식의 계산	차시	1/22
소단원명	1. 문자의 사용	교과서 쪽수	66~67쪽
성취 기준	[9수02-01] 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.		
수업 목표	다양한 상황에서 문자의 필요성과 유용성을 인식하게 한다.		
준비물 및 참고 자료			

단계(시간)	학습 내용	교수·학습 활동	지도상의 유의점	역량
도입 (5분)	▶ 지난 시간에 배운 내용 확인	• 수학으로 세상을 건너다 '비밀을 지키는 방패, 소수'를 복습한다.		
	▶ 선수 학습	• □를 사용하여 식으로 나타내는 방법과 기본적인 유리수의 사칙계산을 알고 있는지 확인한다.		
	▶ 학습 목표 제시	• 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.		
전개 (35분)	▶ 생각 깨우기	• 자격루의 큰 항아리로 흘러 들어온 물의 양을 다양한 방법으로 표현해 보도록 한다.	• 다양한 식의 표현 방법 중 문자로 식을 나타내었을 때의 편리함과 간결함을 인식할 수 있도록 지도한다.	의사소통
	▶ 내용 설명 및 확인	• 여러 가지 방법을 발표해 보고, 각 방법의 장단점을 이야기해 보도록 한다.		
		• 문자를 사용하여 식을 나타내는 것의 장점을 인식할 수 있도록 지도한다. – 문제 1 – 의사소통: 초등학교 때 배운 사다리꼴의 넓이를 일상 언어를 사용한 식과 문자를 사용한 식으로 표현해 보도록 하고, 공통점과 차이점을 발표해 보도록 한다.	• 문자와 일상 언어의 공통점과 차이점을 찾아보고, 문자의 특징을 이해하도록 지도한다.	의사소통
	▶ 수준별 자기 주도 학습	**+하** 문제 상황을 그림으로 나타낸 후 말로 표현한 다음, 이를 문자나 기호를 사용하여 식으로 나타낼 수 있도록 지도한다. 수 대신 문자를 사용하여 수량 사이의 관계를 식으로 표현할 수 있음을 알도록 한다. **+상** 문자가 필요한 문제 상황에서 문자를 미리 제시하지 않고 학생들로 하여금 문자의 필요성을 인식하게 한다. ㉠ 성냥개비로 그림과 같은 정사각형을 만들었을 때, 필요한 성냥개비의 개수: 규칙을 찾아 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있도록 지도한다. 		
정리 및 예고 (5분)	▶ 학습 내용 정리	• 수량 사이의 관계를 문자를 사용한 식으로 나타내면 편리하고 명확하다는 것을 확인한다.		
	▶ 차시 예고	• 다음 시간에 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하는 방법에 대하여 배울 것을 예고한다.		

WHY 내용 해설

3000년이 넘는 대수의 역사 중 문자를 사용한 역사는 400년에 불과하다. 하지만 이 기간 동안 대수학의 많은 발전이 있었다는 사실에서 문자 사용의 장점을 이해할 수 있게 한다.

참고자료

1842년 네셀만(Nesselmann, G. H. F., 1811~1881)은 문자와 기호의 사용을 기준으로 대수의 발달 단계를 언어적 대수, 생략적 대수, 기호적 대수의 세 단계로 구분하였다.

(1) 언어적 대수: 그리스의 수학자 디오판토스 이전 단계로 문제 해결의 전반적인 풀이 과정이 일상 언어로만 기술되었다.

(2) 생략적 대수: 자주 반복되어 사용되는 개념이나 계산을 축약된 용어나 머리글자와 같은 생략 기호를 사용하여 나타낸 단계이다.

(3) 기호적 대수: 비에트에 의하여 시작된 기호적 대수 단계는 미지의 양뿐만 아니라 주어진 양에도 문자를 사용하게 되었다. 문자로 인하여 여러 다른 수학적 개념의 발달이 용이해졌다.

[출처: 김남희, 나귀수, 이경화, 정영옥, 홍진곤, ≪수학 교육과정과 교재연구≫]

WHY 수학에서는 문자와 기호를 왜 사용할까?

인류의 역사는 편리한 삶을 위해 끊임없는 연구와 노력에 의하여 발전되어 왔다. 수학에서도 복잡한 문제 상황을 편리하고 간단하게 나타내기 위한 방법을 오랜 시간 동안 고민하였다.

일상 언어로 길게 설명하던 수학 문제들은 반복되는 용어를 간단한 기호로 나타내는 단계를 거쳐, 16세기에 이르러 문장 전체를 문자와 기호를 사용한 식으로 표현하게 되었다.

이렇게 문장을 문자와 기호를 사용한 식으로 나타내자, 그 뜻이 분명하고 간결해져 쉽게 계산이 가능해졌다.

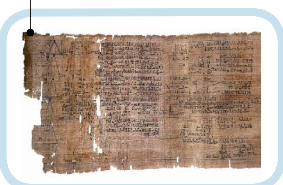
이 단원에서는 문장을 식으로 나타내고, 다양한 문제를 해결하여 보자.

64 Ⅱ. 문자와 식

수학 연대표

B.C. 1650

가장 오래된 수학책인 ≪린드 파피루스≫에는 방정식 문제가 실려 있다.



200?~284?

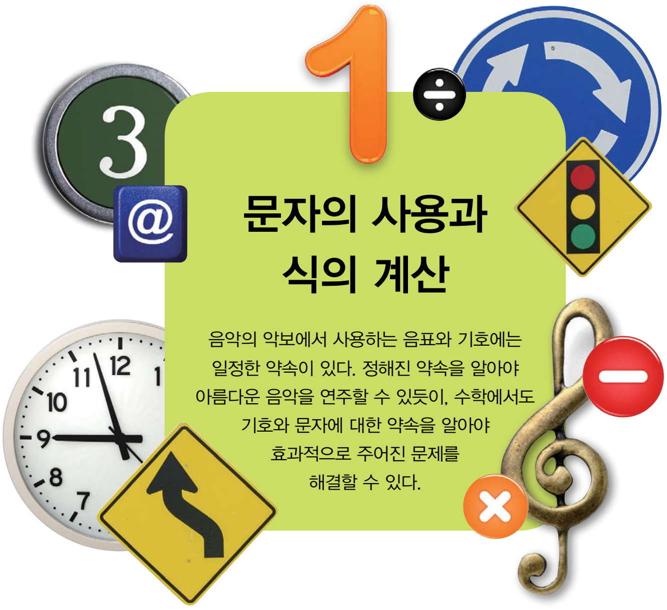
디오판토스(Diophantos, 200?~284?)는 처음으로 축약된 단어나 머리글자를 사용하여 기호를 사용하였다.

1540~1603

비에트(Viéte, F., 1540~1603)는 미지의 양뿐만 아니라 주어진 양에도 문자를 사용함으로써 대수학의 기호화에 노력하였다.

1596~1650

데카르트(Descartes, R., 1596~1650)는 x, y, z를 사용하여 현대 문자 기호의 체계를 확립하였다.



1 문자의 사용과 식의 계산

음악의 악보에서 사용하는 음표와 기호에는 일정한 약속이 있다. 정해진 약속을 알아야 아름다운 음악을 연주할 수 있듯이, 수학에서도 기호와 문자에 대한 약속을 알아야 효과적으로 주어진 문제를 해결할 수 있다.

되짚어 보기

초등 규칙과 대응 **1** 어떤 수 대신에 □를 사용하여 다음 문장을 식으로 나타내시오.

(1) 어떤 수보다 2만큼 큰 수

(2) 어떤 수의 3배보다 4만큼 작은 수

풀이 (1) **□+2** (2) **□×3−4**

중1 정수와 유리수 **2** 다음을 계산하시오.

(1) $1-(-3)$ (2) $(-24)\div 6\times 3$

(3) $2^2+(-3)\times 5$ (4) $(-1)\times(-7)+3\times(-2)$

개념 확인 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식은 다음 순서로 계산하면 편리하다.

❶ 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.
❷ 괄호가 있으면 괄호 안을 먼저 계산한다.
❸ 곱셈과 나눗셈을 계산한다.
❹ 덧셈과 뺄셈을 계산한다.

풀이 (1) **4** (2) **−12** (3) **−11** (4) **1**

중단원 지도 목표

1 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있게 한다.
2 식의 값을 구할 수 있게 한다.
3 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

중단원 도입 해설

악보는 숫자, 기호, 문자를 사용하여 아름다운 음악을 누구나 연주할 수 있도록 한 기록이다. 수학에서도 문자와 기호를 사용하여 수량 사이의 관계를 간단하게 나타내고, 누구나 그 뜻을 명확하게 이해할 수 있도록 한다. 이때 문자와 기호는 약속에 의해 정해진 것이고 문제를 효과적으로 해결하기 위해서는 이 약속을 잘 이해해야 함을 학생들에게 인식시킨다.

읽기자료

픽토그램

그림을 뜻하는 픽토(picto)와 전보를 뜻하는 텔레그램(telegram)의 합성어이다. 픽토그램은 대상의 의미를 가장 정확하고 빠르게 전달할 목적으로 만든 그림 언어이다. 따라서 인종과 언어를 뛰어넘어 누구라도 픽토그램을 보기만 하면, 그것이 무엇을 뜻하는지 공감할 수 있어야 한다. 보통 화장실, 관광 안내소, 지하철, 교통 표지판 등 공공장소나 공공시설에 많이 이용되는데, 대부분의 국가에서는 이러한 픽토그램 표지판을 설치·운영하고 있다. 올림픽에서도 운동 경기를 픽토그램으로 나타내어 누구나 그 뜻을 알기 쉽게 하고 있다. 수학에서 픽토그램과 같은 역할을 하는 것이 문자와 기호이다. 문자와 기호를 사용하여 수량 사이의 관계를 식으로 나타내면 누구나 그 뜻을 쉽고 명확하게 이해할 수 있다.

[출처: 두산백과, 2016]

교과서 66

● 1~4차시

소단원 지도 목표

1 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있게 한다.

2 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

3 대입의 뜻을 알고, 수를 문자에 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

지도상의 유의 사항

1 다양한 상황을 이용하여 문자의 필요성과 유용성을 알게 한다.

2 문자와 수, 문자와 일상 언어의 공통점과 차이점을 찾아보게 하고, 문자의 특징을 이해하게 한다.

3 곱셈 기호와 나눗셈 기호의 생략은 식을 간단하게 쓰기 위한 약속임을 이해하게 하고 다양한 예를 통하여 이를 알도록 지도한다.

4 식의 값은 간단한 수를 대입하여 복잡한 계산이 되지 않게 하고, 실생활과 관련된 다양한 공식에 특정한 수를 대입하는 과정을 통하여 식에 대한 의미를 이해하는 것에 중점을 둔다.

학습 요소

대입(substitution)

생각 깨우기 지도 방법

수량 사이의 관계를 그림, 말, □를 사용한 식으로 표현해 보는 활동을 통하여 그림이나 말보다 문자를 사용하는 것이 수량 사이의 관계를 더욱 간단하게 나타낼 수 있음을 이해시키고, 문자 사용의 필요성을 인식시킨다. 특히 초등학교 때 사용하던 □, △ 등은 식이 복잡해지면 사용하기 어렵기 때문에 문자를 사용하여 식을 표현하는 것이 편리함을 이해할 수 있도록 지도한다.

1 문자의 사용

| 학습 목표 | • 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.
• 식의 값을 구할 수 있다.

| 학습 요소 | • 대입

1 문자를 사용하여 식을 어떻게 나타낼까?

생각 깨우기

조선 세종 때 만들어진 자격루는 자동으로 시간을 알려 주는 물시계이다. 큰 항아리에서 1분에 100 mL씩 물이 흘러나온다고 할 때, 시간의 흐름에 따라 큰 항아리에서 흘러나온 물의 양을 어떻게 나타내면 좋을지 생각하여 보자.

[출처: 금현진, 《용선생의 시끌벅적 한국사 6》]

수학+역사
자격루
조선 세종 16년(1434년)에 장영실이 제작한 자동 물시계로 국립고궁박물관에 복원된 자격루가 전시되어 있다. 큰 항아리에 담긴 물이 긴 원통으로 흘러 들어가 물이 차오르면 선반에 있는 구슬이 하나씩 굴러 나와 종이나 북, 징을 자동으로 울리도록 설계되어 있다.

1 생각 깨우기 에서 1분, 2분, 3분, … 동안 자격루의 큰 항아리에서 흘러나온 물의 양은 각각

$$100\times1=100(\mathrm{mL})$$
$$100\times2=200(\mathrm{mL})$$
$$100\times3=300(\mathrm{mL})$$
$$\vdots$$

이다.

분
100×1
100×2
100×3
⋮
100×□

즉, 1분에 100 mL씩 흘러나온 물의 양은

$$100\times(분)(\mathrm{mL})$$

이다. 이때 분 대신 문자 x를 사용하면 x분 동안 흘러나온 물의 양을

$$100\times x(\mathrm{mL})$$

와 같이 나타낼 수 있다.

✚문자를 사용할 때, x 이외에 a, n, y 등의 다양한 문자를 사용할 수 있다.

이와 같이 변하는 수량을 문자를 사용하여 나타내면 간단하다.

예 (1) a원짜리 물건을 사고 1000원을 냈을 때의 거스름돈은 $1000-a$(원)이다.
(2) 둘레의 길이가 x cm인 정사각형의 한 변의 길이는 $x\div4$(cm)이다.

참고자료

자격루는 조선 시대에 사용한 자동 시보 장치가 붙은 물시계로, 세종의 왕명에 의하여 장영실이 발명한 것이다. 현재 국립고궁박물관에 복원된 자격루가 전시되어 있는데, 정해진 시간이 되면 인형이 징, 북, 종을 울려 시각을 알려 준다.

[출처: 금현진, 《용선생의 시끌벅적 한국사 6》]

문제 1 다음을 문자를 사용한 식으로 나타내시오.

(1) n살인 누나보다 4살이 적은 동생의 나이

(2) 자전거를 타고 시속 25 km의 속력으로 t시간 동안 갔을 때 이동한 거리

(3) 무게가 30 g인 상자에 무게가 a g인 빵 8개를 넣었을 때의 총 무게

(4) 가로와 세로의 길이가 각각 x cm, y cm인 직사각형의 둘레의 길이

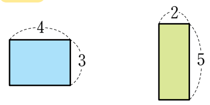
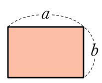
✚속력은 보통 평균 속력을 의미한다.

평가의 주안점 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이 (1) $n-4$(살) (2) $25\times t$(km) (3) $30+a\times 8$(g) (4) $(x+y)\times 2$(cm)

핵심 역량 의사소통

다음은 직사각형의 넓이를 구하는 방법을 다양하게 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.

일상 언어	수	문자
가로의 길이와 세로의 길이를 곱하여 구한다.	 $4\times 3=12$ $2\times 5=10$	 $a\times b$

(1) 문자와 수의 공통점과 차이점을 찾아보자.

(2) 문자와 일상 언어의 공통점과 차이점을 찾아보자.

(3) 문자의 편리한 점에 대하여 말해 보자.

평가의 주안점 문자와 수, 문자와 일상 언어의 공통점과 차이점을 알 수 있게 한다.

예시 (1) 공통점: 각각의 수와 문자는 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 나타내고, 수와 문자를 사용하면 직사각형의 넓이 구하는 방법을 간단하게 나타낼 수 있다.

차이점: 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 나타내는 수는 직사각형이 달라질 때마다 바뀌므로 각 경우를 나타내는 식이 모두 다르다. 그러나 문자를 사용하면 모든 수를 대표하여 간단한 하나의 식으로 표현할 수 있다.

(2) 공통점: 직사각형의 크기와 상관없이 모든 경우에 직사각형의 넓이를 구하는 방법을 나타낼 수 있다.

차이점: 일상 언어로 나타낸 식보다 문자로 나타낸 식이 간단하고, 정확하게 이해하기 쉽다.

(3) 문자를 사용하면 다양한 상황을 하나의 식으로 간단하게 나타낼 수 있어, 그 의미를 쉽고 정확하게 이해할 수 있다.

2 곱셈 기호와 나눗셈 기호는 어떻게 생략할 수 있을까?

문자를 사용한 식 $2\times x$, $5\times x\times y$와 같은 경우에 곱셈 기호 ×를 생략하여 간단히 각각 $2x$, $5xy$로 나타낼 수 있다.

2

일반적으로 문자를 사용한 식에서 곱셈 기호 ×를 생략할 때는 다음과 같이 약속한다.

주의

(1) $(-1)\times 2=-2$가 성립하므로 $(-1)\times a=-a$로 나타낼 수 있다.

(2) $0.1\times b$는 $0.b$로 쓰지 않고 $0.1b$로 쓴다.

(3) 괄호가 있는 식과 수의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 수를 괄호 앞에 쓴다.
$(x-4)\times 5=5(x-4)$

(4) 곱셈 기호 ×가 생략된 경우에는 나눗셈보다 먼저 계산한다.
$x\div yz=x\div(yz)$

곱셈 기호 ×의 생략

❶ 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 수를 문자 앞에 쓴다.

$$3\times a=3a,\quad x\times(-2)=-2x$$

❷ 1 또는 −1과 문자의 곱에서는 1을 생략한다.

$$1\times a=a,\quad (-1)\times a=-a$$

❸ 문자와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 보통 알파벳 순서로 쓴다.

$$a\times x\times b=abx$$

❹ 같은 문자의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.

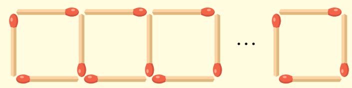
$$x\times x=x^2,\quad y\times y\times y\times x=xy^3$$

1 수준별 지도 방법

+하 문제 상황을 그림으로 나타낸 후 말로 표현한 다음, 이를 문자나 기호를 사용하여 식으로 나타낼 수 있도록 지도한다. 수 대신 문자를 사용하여 수량 사이의 관계를 식으로 표현할 수 있음을 알도록 한다.

+상 문자가 필요한 문제 상황에서 문자를 미리 제시하지 않고 학생들로 하여금 문자의 필요성을 인식하게 한다.

예) 성냥개비로 다음 그림과 같은 정사각형을 만들었을 때, 필요한 성냥개비의 개수를 문자를 사용하여 나타낼 수 있도록 한다.



핵심 역량 의사소통 **지도 방법**

초등학교 때 배웠던 직사각형의 넓이를 구하는 방법을 일상 언어, 수, 문자로 나타내는 과정에서 문자의 특징을 이해하게 한다.

2 보충 설명

문자는 수를 대신하는 것으로 수에서 성립하는 법칙이 문자에서도 성립한다.

① 수를 문자 뒤에 쓰게 되면 $x\times(-3)$은 $x-3$과 같이 의미가 달라지는 경우가 생기므로 수를 문자 앞에 쓰도록 지도한다.

② $3\times 5=3\cdot 5$와 같이 수와 수의 곱에서 곱셈 기호를 생략하고 · 으로 나타낼 수도 있지만 소수점과 혼동할 수 있으므로 수와 수의 곱에서는 곱셈 기호를 사용하는 것이 좋다.

③ 1은 어떤 수를 곱하여도 그 곱이 그 수 자신이 되므로 1은 생략한다. 단, 자연수 1이 아닌 0.1, 0.01과 같은 소수에서의 1은 생략할 수 없다는 것을 강조한다.

④ 문자와 문자의 곱에서는 기호 ×를 생략하고 보통 알파벳 순서로 쓰지만 절대적인 것은 아니다.

1 **오개념 지도 방법**
다음과 같이 곱셈 기호를 생략하는 과정에서 오류가 나타난 예를 보여 주며 무엇이 잘못되었는지 생각해 보도록 한다.
① $a+a+a=a^3$
② $2\times a+3=2a+3=5a$

핵심 역량 문제 해결 | **지도 방법**

수와 문자의 곱에서 곱셈 기호를 생략할 때, 수를 문자 앞에 쓰는 것은 수를 문자 뒤에 쓰게 되면 의미가 달라지는 경우가 생기기 때문이라는 것을 알게 한다.

2 $a\div 2=\frac{a}{2}$와 같이 나눗셈 기호를 생략하고 곧바로 분수의 꼴로 나타낼 수 있다. 하지만 $a\div\frac{1}{2}$과 같은 경우는 곧바로 분수의 꼴로 나타낼 수 없으므로 나누는 수의 역수를 구하여 주어진 식을 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호를 생략하는 방법도 함께 지도한다.

참고자료

문자 사용의 편리성
① 문제를 간결하고 명확하게 표현할 수 있다.
② 문자를 사용한 식은 여러 가지 경우를 일반적으로 나타낼 수 있다.
③ 문자가 포함된 식을 만들고 나면 문자가 나타내는 구체적인 내용을 고려하지 않고도 간단한 계산을 통하여 문제를 해결할 수 있다.
④ 동일한 구조를 갖는 여러 문제를 하나의 유형으로 파악할 수 있다.

문제 2 다음 식을 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내시오.
(1) $a\times(-5)$ (2) $(-1)\times b\times a\times a$
(3) $x\times y\times(-0.1)$ (4) $(y-3)\times 7$

평가의 주안점 주어진 식을 곱셈 기호를 생략하여 나타낼 수 있게 한다.
풀이 (1) $-5a$ (2) $-a^2b$ (3) $-0.1xy$ (4) $7(y-3)$

1 **문제 3** 다음 식을 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내시오.
(1) $2\times a+6$ (2) $x\times 4-3\times y$

평가의 주안점 주어진 식을 곱셈 기호를 생략하여 나타낼 수 있게 한다.
풀이 (1) $2a+6$ (2) $4x-3y$

핵심 역량 문제 해결

태은이가 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내는 문제 중 잘못된 것을 정리하고 있다. 옳은 답을 적고, 잘못된 이유를 말하여 보자.

(1) $a\times b+1=ab$
(2) $a\times(-5)=a-5$
(3) $x\times x\times x+y\times y=3x+2y$

(1)
(2)
(3)

평가의 주안점 곱셈 기호를 생략할 때 정한 약속을 이해하게 한다.
예시 (1) 옳은 답: $ab+1$, 잘못된 이유: 덧셈 기호를 생략하였다.
(2) 옳은 답: $-5a$, 잘못된 이유: 수와 문자의 곱에서는 수를 문자 앞에 쓴다.
(3) 옳은 답: x^3+y^2, 잘못된 이유: 같은 문자의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.

문자를 사용한 식에서 나눗셈 기호 ÷를 생략하고

$$x\div 5=x\times\frac{1}{5}=\frac{x}{5}$$

와 같이 나타낼 수 있다.

일반적으로 문자를 사용한 식에서 나눗셈 기호 ÷를 생략할 때는 다음과 같이 약속한다.

2

나눗셈 기호 ÷의 생략
나눗셈 기호 ÷는 생략하고 분수의 꼴로 나타낸다.

$$a\div b=a\times\frac{1}{b}=\frac{a}{b}\ (\text{단, } b\neq 0)$$

✚'b는 0이 아니다.'를 기호 ≠를 사용하여 '$b\neq 0$'으로 나타낸다.

✚ $a\div1=a$
$a\div(-1)=-a$

3 예
(1) $a\div3$ ➡ $\frac{a}{3}$ 또는 $\frac{1}{3}a$
(2) $(-4)\div b$ ➡ $-\frac{4}{b}$
(3) $c\div(-7)$ ➡ $-\frac{c}{7}$
(4) $(x+y)\div6$ ➡ $\frac{x+y}{6}$ 또는 $\frac{1}{6}(x+y)$

문제 4 다음 식을 나눗셈 기호 $\div$를 생략하여 나타내시오.

(1) $x\div y$　　(2) $x\div(-5)$
(3) $(a+5)\div(-3)$　　(4) $7\div(b-2)$

평가의 주안점 주어진 식을 나눗셈 기호를 생략하여 나타낼 수 있게 한다.
풀이 (1) $\frac{x}{y}$　(2) $-\frac{x}{5}$　(3) $-\frac{a+5}{3}$　(4) $\frac{7}{b-2}$

4

✚ 곱셈과 나눗셈의 기호가 섞여 있는 식은 앞에서부터 차례로 기호를 생략하여 간단히 나타낸다.

문제 5 다음 식을 기호 $\times$, $\div$를 생략하여 나타내시오.

(1) $m\times2\div n$　　(2) $a\div5\times b$
(3) $x\div(y\times6)$　　(4) $x\div4-y\times y$

평가의 주안점 주어진 식을 곱셈, 나눗셈 기호를 생략하여 나타낼 수 있게 한다.
풀이 (1) $\frac{2m}{n}$　(2) $\frac{ab}{5}$　(3) $\frac{x}{6y}$　(4) $\frac{x}{4}-y^2$

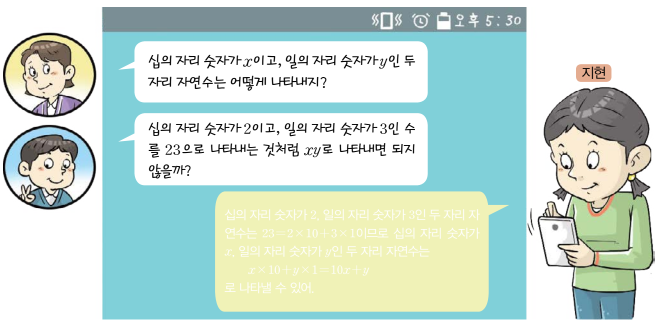
문제 6 다음을 기호 $\times$, $\div$를 사용하지 않은 식으로 나타내시오.

(1) 정가가 s원인 신발을 30 % 할인한 가격
(2) 사과 a개를 4명에게 똑같이 나누어 줄 때, 한 명이 가진 사과의 개수
(3) 4점짜리 수학 문제 x개와 5점짜리 수학 문제 y개를 맞혔을 때의 점수

평가의 주안점 수량 사이의 관계를 문자를 사용한 식으로 나타내고, 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 나타낼 수 있게 한다.
풀이 (1) $\frac{7}{10}s$(원)　(2) $\frac{a}{4}$(개)　(3) $4x+5y$(점)

핵심 역량 추론

다음은 지현이가 친구들과 나눈 대화이다. 대화를 보고 두 자리 자연수를 문자를 사용하여 어떻게 나타내야 할지 생각하여 지현이의 대답을 채워 보자.



평가의 주안점 두 자리의 수를 문자로 표현할 수 있게 한다.
예시 십의 자리 숫자가 2, 일의 자리 숫자가 3인 두 자리 자연수는 $23=2\times10+3\times1$이므로 십의 자리 숫자가 x, 일의 자리 숫자가 y인 두 자리 자연수는 $x\times10+y\times1=10x+y$로 나타낼 수 있어.

3 ① 두 가지 방법 모두 표현 가능하다는 점을 이해하도록 지도한다.
② $x\div(-5)$는 $\frac{x}{-5}$ 또는 $-\frac{x}{5}$로 나타낼 수 있지만 일반적으로 $-\frac{x}{5}$와 같이 나타낸다는 것을 지도한다.

4 **보충 설명**
① $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$
② $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$
③ $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

오개념 지도 방법
$x\div yz=x\div(y\times z)$이므로 $x\div(y\times z)=\frac{x}{yz}$이다. $x\div yz$를 $x\div y\times z$로 생각하여 $x\div y\times z=\frac{xz}{y}$로 나타내지 않도록 주의하게 한다.

핵심 역량 추론 **지도 방법**

십의 자리 숫자가 x, 일의 자리 숫자가 y인 두 자리 수를 23처럼 xy로 나타내게 되면 이 xy는 $x\times y$와 혼동된다. 이때 23에서 숫자 2는 20을 의미하므로 십의 자리 숫자 x는 $10\times x$로 표현해야 한다는 것을 이해시킨다.

생각 깨우기 **지도 방법**

학교 또는 가정에서 사용하는 책상과 의자의 높이가 자신에게 적당한지 확인하기 위하여 주어진 식에 어떤 수를 넣어 그 결과를 얻는 과정에서 대입의 필요성을 느끼고 식의 값의 의미를 이해하게 한다.

1 ① 문자에 수를 대입하여 계산할 때는 수와 문자 사이에 생략되어 있던 곱셈 기호를 되살려 계산하도록 지도한다.
② 음수를 대입할 때는 반드시 괄호를 사용하여 대입하도록 지도한다.

2 **보충 설명**
식 $3x+5$와 $3a+5$는 같은 구조를 나타낸다. 두 식을 전혀 다른 식으로 인식하는 학생들이 많은데, 이는 문자가 바뀌면 문자가 나타내는 대상도 바뀐다고 생각하기 때문이다. x와 a에 특정한 제한이 없을 경우에 두 식에 같은 값을 대입하면 두 식의 값이 같음을 확인하게 함으로써 '문자 선택의 자유성'을 알 수 있게 한다.

참고자료

특수한 수량을 나타내는 문자

어떤 특수한 수량을 문자로 나타낼 때는 그 수량을 나타내는 영어 단어의 첫 글자를 써서 나타낸다.

① 길이(length): l
② 거리(distance): d
③ 높이(height): h
④ 넓이(square): S
⑤ 부피(volume): V
⑥ 반지름(radius): r
⑦ 시간(time): t
⑧ 무게(weight): w
⑨ 합(sum): S

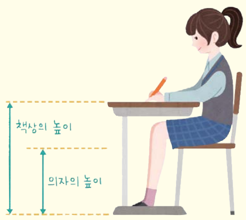
3 식의 값은 어떻게 구할까?

생각 깨우기

의자에 앉아 있는 시간이 많은 학생들은 건강을 위하여 바른 자세로 앉는 것이 중요하다. 또한, 자신의 몸에 맞는 의자와 책상을 선택하여야 한다.

키가 h cm인 사람에게 적당한 의자의 높이와 책상의 높이는 각각 다음 식과 같다고 한다.

(의자의 높이) $=0.23h$ cm
(책상의 높이) $=0.41h$ cm



자신에게 맞는 의자와 책상의 높이를 구하여 보자.

[출처: ≪중앙일보≫, 2005.7.24.]

생각 깨우기 에서 키가 h cm인 사람에게 적당한 의자의 높이와 책상의 높이를 구하는 식은 각각 $0.23h$, $0.41h$이므로 키가 155 cm인 사람에게 적당한 의자의 높이와 책상의 높이는 h 대신에 155를 바꾸어 넣어

$$0.23h=0.23\times155=35.65(\text{cm})$$
$$0.41h=0.41\times155=63.55(\text{cm})$$

와 같이 구할 수 있다.

✚ 대입(代入)은 '대신하여 넣는다.'라는 뜻이다.

이와 같이 문자를 사용한 식에서 문자 대신 수를 넣는 것을 **대입**한다고 하고, 대입하여 얻은 결과를 식의 값이라고 한다.

$$\begin{aligned}0.23h&=0.23\times h\\&=0.23\times155 \quad h\text{에 155를 대입}\\&=35.65(\text{cm})\end{aligned}$$

1 **예** (1) $a=3$일 때, 식 $5a+4$의 값은 다음과 같다.

$$5a+4=5\times3+4=19$$

✚ 음수를 대입할 때는 괄호 ( )를 사용한다.

(2) $x=-7$일 때, 식 $-x-6$의 값은 다음과 같다.

$$-x-6=(-1)\times x-6=(-1)\times(-7)-6=7-6=1$$

2 **문제 7** 다음을 구하시오.

(1) $x=2$일 때, 식 $3x+5$의 값
(2) $x=-2$일 때, 식 $4-7x$의 값

평가의 주안점 문자를 사용한 식에 주어진 값을 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 (1) $3x+5=3\times2+5=\mathbf{11}$ (2) $4-7x=4-7\times(-2)=\mathbf{18}$

읽기자료

뼈의 길이와 사람의 키

법의학자들은 신체의 뼈의 길이로 사람의 키를 추측한다. 이 관계는 많은 연구와 자료를 통하여 과학자들이 발견해 낸 것이다. 넓적다리뼈의 길이(F), 정강이뼈의 길이(T), 위팔뼈의 길이(H), 아래팔뼈의 길이(R)를 알 때, 남녀별 키를 추측하는 식은 다음과 같다.

남자의 키(cm)	여자의 키(cm)
$69.089+2.238F$	$61.412+2.317F$
$81.688+2.329T$	$72.572+2.533T$
$73.570+2.970H$	$64.977+3.144H$
$80.405+3.650R$	$73.502+3.876R$

[출처: Lappan, G., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Friel, S. N., ≪Moving Straight Ahead Student Edition≫]

3

예제 1 $x=-4$, $y=2$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) x^2-6y　　(2) $\dfrac{x}{y}$

풀이 (1) $x^2-6y=(-4)^2-6\times2=16-12=4$

(2) $\dfrac{x}{y}=\dfrac{-4}{2}=-2$

답 (1) 4　(2) -2

4

문제 8 $x=3$, $y=-5$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

✚ x, y에 주어진 수를 각각 대입하여 계산한다.

(1) $-4xy$　　(2) $2x-y$

(3) $\dfrac{x+y}{x-y}$　　(4) $\dfrac{y^2}{5x}$

평가의 주안점 문자를 사용한 식에 주어진 값을 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

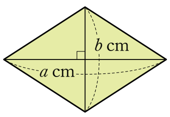
풀이 (1) $-4xy=(-4)\times3\times(-5)=\mathbf{60}$　(2) $2x-y=2\times3-(-5)=\mathbf{11}$

(3) $\dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{3+(-5)}{3-(-5)}=\dfrac{-2}{8}=\mathbf{-\dfrac{1}{4}}$　(4) $\dfrac{y^2}{5x}=\dfrac{(-5)^2}{5\times3}=\dfrac{25}{15}=\mathbf{\dfrac{5}{3}}$

문제 9 오른쪽 그림은 두 대각선의 길이가 각각 a cm, b cm인 마름모이다. 물음에 답하시오.

(1) 마름모의 넓이를 a, b를 사용한 식으로 나타내시오.

(2) $a=12$, $b=8$일 때, 마름모의 넓이를 구하시오.



평가의 주안점 도형에 관한 수량 사이의 관계를 문자를 사용한 식으로 나타내고, 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 (1) $\mathbf{\dfrac{1}{2}ab(cm^2)}$　(2) $\dfrac{1}{2}ab=\dfrac{1}{2}\times12\times8=\mathbf{48(cm^2)}$

핵심 역량 의사소통

은유는 $-a$의 값은 항상 음수라고 생각하였다. 은유의 생각이 맞는지 친구와 이야기하여 보자.

평가의 주안점 문자의 부호와 식의 값의 부호가 같은 것은 아니라는 것을 알게 한다.

예시 $a=0$일 때 $-a=0$이고, $a=-1$일 때 $-a=1$이 된다. 따라서 $-a$의 값이 항상 음수인 것은 아니다.

3 **오개념 지도 방법**

$x=-2$일 때, x^2과 $-x^2$의 식의 값을 구하는 경우 다음과 같이 부호에 주의하도록 지도한다.

① $x^2=x\times x=(-2)\times(-2)=4$

② $-x^2=-1\times x\times x$
$=-1\times(-2)\times(-2)=-4$

4 **보충 설명**

문자에 수를 대입할 때 다음과 같은 내용에 유의하도록 지도한다.

① 문자에 수를 대입할 때는 생략된 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 되살려 계산한다.

② 음수를 대입할 때는 괄호를 사용하여 대입한다.

③ 거듭제곱을 계산할 때는 부호에 주의하여 계산한다.

핵심 역량 의사소통 **지도 방법**

문자의 부호가 음의 부호라고 하여 식의 값이 음수가 되는 것은 아님을 직접 다양한 수를 대입해 보는 활동을 통하여 이해할 수 있도록 한다.

추가 문제

+하 $x=3$일 때, $-2x+15$의 값을 구하시오.

답: 9

+상 $a^2+2a=1$일 때, $a-\dfrac{1}{a}$의 값을 구하시오.

답: -2

창의력을 키우는 활동 지도 방법

① 모둠 안의 모든 학생이 활동에 참여할 수 있도록 역할을 분배한다.
② 신체를 활용하여 물건의 길이를 측정하고 이를 식으로 나타낸 후, 자를 이용하여 잰 실제 신체의 길이를 대입하는 과정을 통하여 식의 값의 의미를 이해하게 한다.

참고자료

옛 길이의 단위

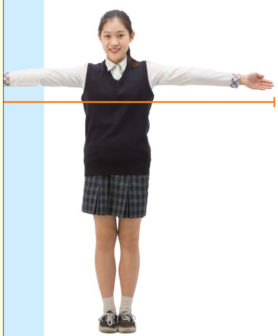
① 큐빗: 고대 이집트나 바빌로니아에서 길이를 잴 때 가장 널리 오랫동안 사용하였던 길이의 단위로 팔꿈치부터 가운뎃손가락 사이의 길이이다. 1큐빗은 약 50 cm 정도인데 시대와 지역에 따라 조금 짧기도, 조금 길기도 하다.
② 야드: 유럽이나 미국 등지에서 현재에도 사용하는 단위로 가슴 한가운데부터 손가락 끝까지의 길이이다. 지역마다 시대마다 조금씩 길이가 달랐지만 지금은 1야드를 91.44 cm로 정하고 있다.
③ 동양에서 사용하던 길이의 단위
1치=3.03 cm
1자(척)=30.3 cm
1보=181.8 cm
1리=39272.72 cm=약 392.7 m
④ 속담 속 길이의 단위
– 한 치 앞도 모른다.
– 열 길 물속은 알아도 한 길 사람의 속은 모른다.
– 내 코가 석 자
– 수염이 석 자라도 먹어야 양반

창의력을 키우는 활동

소요 시간 20분 　 모둠 활동

신체를 활용하여 길이를 재어 보자

누구나 알고 있을 만큼 쉬운 일에 "삼척동자도 안다."라는 말을 사용한다. 여기에서 '척'은 우리 옛 조상들이 사용하던 길이의 단위이다. 1척의 기원은 손을 폈을 때 엄지손가락 끝에서 가운뎃손가락 끝까지의 거리라고 알려져 있다. 그러나 시대에 따라 1척의 길이는 조금씩 달라졌고, 조선 고종 때는 1척을 약 30.3 cm로 정하였다. 따라서 삼척은 90 cm 정도로 삼척동자는 아주 작은 어린아이를 뜻한다.



이처럼 옛날 사람들은 사람의 몸을 단위로 삼아 길이를 재기 시작하였다. 우리도 적당한 신체 부위를 활용하여 교실에 있는 물건의 길이를 다음과 같은 순서로 측정하여 보자.

1. 모둠별로 선정된 학생의 신체 부위를 이용하여 교실에 있는 물건의 길이를 측정한다.
2. 물건의 길이를 신체 부위의 길이를 이용한 식으로 표현한다.
3. 신체 부위의 길이 대신 문자를 사용하여 물건의 길이를 문자를 사용한 식으로 나타낸다.
4. 신체 부위의 길이를 재어 보고, 문자 대신 그 길이를 대입하여 물건의 길이를 구한다.
5. 모둠별로 내용을 발표한다.

옛날 사람들이 사용하였던 길이의 단위를 조사하고, 물음에 답하여 보자.

1 옛날 사람들이 사용하였던 길이의 단위와 현재 사용하는 길이의 단위 사이의 관계를 식으로 나타내어 보자.

2 어느 것을 측정하는 데 주로 사용한 단위인지 알아보고, 실제 주변의 물건의 길이를 옛날 사람들이 사용하였던 길이의 단위로 바꾸어 보자.

[출처: 정미자, ≪초등수학 뒤집기≫]

평가의 주안점 신체를 활용하여 길이를 재는 활동을 통하여 식의 값의 의미를 이해하게 한다.

풀이 1 1자는 1척과 같은 단위로 1자는 약 30.3 cm이다.
이를 x를 사용한 식으로 나타내면 x자$=(x\times 30.3)$ cm이다.
2 장롱의 길이를 나타낼 때 보통 자 단위를 사용한다.
9자 장롱이라면 장롱의 길이는 약 $9\times 30.3=272.7$(cm)이다.

평가 개요 예시

교과 역량	평가 내용
문제 해결	신체 길이를 이용하여 교실에 있는 물건의 길이를 측정할 수 있는가?
의사소통	신체 부위의 길이를 문자를 사용하여 나타내고, 모둠이 활동한 내용을 정리하여 친구들 앞에서 발표하였는가?
태도 및 실천	모둠원끼리 서로 협력하여 문제를 해결하였는가?
추론	옛날 사람들이 사용했던 길이의 단위를 현재 사용하는 길이의 단위로 바꿀 수 있는가?

학교 생활기록부 예시

기재 예시	관련 교과 역량
주어진 상황을 문자를 사용한 식으로 표현할 수 있고, 활동한 내용을 친구들 앞에서 정확하게 설명할 수 있음.	의사소통
문자를 사용한 식에 적절한 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있음.	문제 해결
옛날 사람들이 사용했던 길이의 단위에 대하여 조사하고 이를 현재 사용하는 길이의 단위로 바꾸는 과정을 통하여 다양한 길이의 단위를 이해할 수 있음.	추론

2 일차식의 계산

| 학습 목표 | • 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

| 학습 요소 | • 항, 상수항, 계수, 다항식, 단항식, 차수, 일차식, 동류항

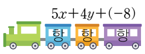
1 다항식, 단항식, 일차식은 무엇일까?

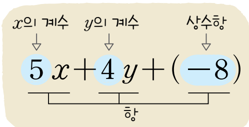
생각 깨우기

다음 대화를 읽고 여학생의 물음에 대하여 생각해 보자.

생각 깨우기 에서 식

$$5x+4y-8=5x+4y+(-8)$$





은 $5x$, $4y$, -8의 합으로 이루어져 있다. 여기에서 수 또는 수와 문자의 곱으로 이루어진 $5x$, $4y$, -8을 각각 식 $5x+4y-8$의 **항**이라고 한다. 특히 -8과 같이 수로만 이루어진 항을 **상수항**이라고 한다.

1

✚ $a=1\times a$이므로 a의 계수는 1이고, $-a=(-1)\times a$이므로 a의 계수는 -1이다.

또, $5x$와 같이 수와 문자의 곱으로 이루어진 항에서 문자 x에 곱해져 있는 수 5를 문자 x의 **계수**라고 한다.

한편 $2x$, $y+3$, $2x-y+3$과 같이 한 개 또는 여러 개의 항의 합으로 이루어진 식을 **다항식**이라 하고, 특히 $2x$와 같이 하나의 항으로만 이루어진 식을 **단항식**이라고 한다.

예 $3a-4b-5=3a+(-4b)+(-5)$이므로 이 식은 세 개의 항 $3a$, $-4b$, -5로 이루어져 있는 다항식이다.
또, a의 계수는 3, b의 계수는 -4, 상수항은 -5이다.

참고자료

항 식을 구성하고 있는 낱낱의 것을 항이라고 하는데, 항을 영어로는 term이라고 한다. 이 용어는 '경계선'을 의미하는 라틴어 terminus에서 유래하였다.

계수(係數) 係는 '관련을 갖다'라는 뜻이 있으므로 계수는 '(어떤 것)과 관련이 있는 수'라는 뜻이다. 영어로는 coefficient라고 하는데 co는 '같이, 함께', efficient에는 '효과가 있는'이라는 뜻이 있다. 따라서 coefficient에는 '어떤 좋은 결과를 얻기 위하여 효과가 있는 것이 함께 한다'는 의미가 있다. 그러나 계수에 '수'가 있다고 하여 계수가 수만을 의미하는 것은 아니다. 일반적으로는 식에서 어떤 문자에 주목하였을 때, 그 문자 이외의 부분이 모두 그 문자의 계수이다.

[출처: 박교식, ≪수학용어 다시보기≫]

● 5~9차시

소단원 지도 목표

1 다항식과 단항식, 일차식의 뜻을 이해하고, 주어진 다항식의 항, 상수항, 계수, 차수를 말할 수 있게 한다.
2 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈을 계산할 수 있게 한다.
3 일차식과 수의 덧셈, 뺄셈을 계산할 수 있게 한다.

지도상 유의 사항

1 구체적인 상황에서 용어의 뜻을 명확하게 알 수 있도록 한다. 단항식은 다항식의 특수한 경우임을 알게 한다.
2 이 단원에서는 일차식만 다루고, 이차식 이상은 차수를 소개하는 정도로만 다룬다.
3 수에서 성립하는 계산 법칙을 문자를 사용한 식에서도 사용할 수 있음을 이해할 수 있도록 지도한다.
4 동류항끼리의 합 또는 차를 구할 때는 분배법칙을 이용할 수 있도록 지도한다.

학습 요소

항(term) / 상수항(constant)
계수(coefficient)
다항식(polynomial)
단항식(monomial) / 차수(degree)
일차식(linear expression)
동류항(similar term)

생각 깨우기 지도 방법

문장의 어절이나 음악 악보의 마디와 같이 수학에서 식을 구성하는 낱낱의 것을 항이라고 하는데 항은 덧셈 기호와 뺄셈 기호에 의하여 구분되어진다는 것을 이해할 수 있도록 지도한다.

1 ① $2x-y+3$의 항을 $2x$, y, 3이라고 하지 않도록 지도한다.
② 계수를 말할 때는 어느 문자의 계수인지 명확하게 하도록 지도한다.

1 ① 상수항은 수로만 이루어진 항으로 상수항도 항임을 알게 한다.
② $-b=(-1)\times b$로 고쳐서 계수가 -1임을 찾을 수 있게 한다.

오개념 지도 방법

식 $a-\frac{b}{4}-5$에 대한 설명에서 잘못된 부분을 찾아 바르게 고치시오.

① a의 계수는 0이다.
➡ a의 계수는 1이다.

② b의 계수는 -4이다.
➡ b의 계수는 $-\frac{1}{4}$이다.

③ 항은 a, $\frac{b}{4}$, 5의 세 개이다.
➡ 항은 a, $-\frac{b}{4}$, -5의 세 개이다.

2 ① $x=x^1$이므로 x의 차수는 1이고, 상수항은 문자가 없이 수로만 이루어진 항이므로 상수항의 차수는 0이다.
② xy는 $x\times y$로 x가 한 번, y가 한 번 곱해진 것으로 문자가 두 번 곱해진 것이다. 즉, xy의 차수는 2이다. 그러나 중학교에서 차수는 하나의 문자에 대하여만 다룬다.

3 일차식은 일차항과 상수항으로 이루어진 다항식으로 $ax+b(a\neq0)$의 형태임을 알게 한다.
$0\times x+1$은 x의 계수가 0이므로 일차식이 아니다.

핵심 역량 의사소통 **지도 방법**

계수가 분수인 경우 생략된 ×를 되살려 계수를 정확하게 구할 수 있게 하고, 계수와 차수를 혼동하지 않도록 한다.

교과서 **74**

1 **문제 1** 다음 다항식에 대하여 물음에 답하시오.

ㄱ. $-2a+7b+1$　　ㄴ. $3a-2$　　ㄷ. $-b$

(1) ㄱ, ㄴ에서 상수항을 각각 구하시오.
(2) ㄱ, ㄷ에서 b의 계수를 각각 구하시오.

평가의 주안점 상수항과 계수의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있게 한다.

풀이 (1) ㄱ에서 상수항: **1**, ㄴ에서 상수항: $\mathbf{-2}$
(2) ㄱ에서 b의 계수: **7**, ㄷ에서 b의 계수: $\mathbf{-1}$

2 **3** 어떤 문자가 있는 항에서 문자가 곱해진 개수를 그 문자에 대한 항의 **차수**라고 한다. 예를 들어 $3x^2=3\times x\times x$이므로 문자 x에 대한 $3x^2$의 차수는 2이다.

$3x^2$ ← 차수

다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수를 그 다항식의 차수라 하고, 특히 차수가 1인 다항식을 **일차식**이라고 한다.

✤ x^2-x+1, $2x^3+x-4$, $\frac{1}{x}$은 일차식이 아니다.

예 (1) 다항식 $2a-3$에서 차수가 가장 큰 항은 $2a$이고, $2a$의 차수는 1이므로 다항식 $2a-3$은 일차식이다.
(2) 다항식 $3x^2+x-2$에서 차수가 가장 큰 항은 $3x^2$이고, $3x^2$의 차수는 2이므로 다항식 $3x^2+x-2$의 차수는 2이다.

문제 2 다음 다항식의 차수를 말하고, 일차식을 모두 고르시오.

(1) $6x+2$　　(2) $5y^2$
(3) $-2a^3+1$　　(4) $-4b+11$

평가의 주안점 다항식의 차수의 뜻을 알고, 일차식을 찾을 수 있게 한다.

풀이 (1) **1(일차식)**　(2) **2**　(3) **3**　(4) **1(일차식)**
따라서 일차식은 (1), (4)이다.

핵심 역량 의사소통

다음은 서영이가 공부한 내용을 정리한 것이다. 잘못된 부분을 찾아 바르게 고쳐 보자.

(1) 다항식 $-\frac{x}{5}+6$에서 x의 계수는 -5이다.
(2) 다항식 $2x-4$의 차수는 2이다.

평가의 주안점 계수와 다항식의 차수의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있게 한다.

예시 (1) $-\frac{x}{5}=-\frac{1}{5}x$이므로 x의 계수는 $-\frac{1}{5}$이다.
(2) 다항식 $2x-4$에서 차수가 가장 높은 항은 $2x$이고, $2x$의 차수는 1이므로 다항식 $2x-4$의 차수는 1이다.

2 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈은 어떻게 할까?

생각 깨우기

학교 앞 편의점에서 한 개에 a원인 음료수를 3개씩 묶어서 판매한다. 상윤이가 친구들에게 나누어 주기 위하여 3개씩 묶여 있는 음료수를 5묶음 사면 총 금액이 얼마인지 문자를 사용하여 표현해 보자.

한 개에 a원인 음료수 3개의 가격은 $3a$원이고, 3개씩 묶여 있는 음료수를 5묶음을 사면 총 금액은 $(3a\times5)$원이다.

이때 총 금액은 {(음료수의 개수)×(한 개의 가격)}원이므로 $\{(3\times5)\times a\}$원으로 나타낼 수 있다. 즉,

$$3a\times5=3\times5\times a=15a$$

이다.

4 위의 식은 오른쪽과 같이 곱셈의 교환법칙과 곱셈의 결합법칙을 이용하여 간단히 계산한 것과 같다.

이와 같이 단항식과 수의 곱셈은 수끼리 곱하여 수를 문자 앞에 쓴다.

$$\begin{aligned} 3a\times5&=3\times a\times5 \\ &=3\times5\times a \quad \text{곱셈의 교환법칙} \\ &=(3\times5)\times a \quad \text{곱셈의 결합법칙} \\ &=15\times a \\ &=15a \end{aligned}$$

문제 3 다음을 계산하시오.

(1) $5x\times4$ (2) $(-a)\times7$

(3) $6\times(-3y)$ (4) $(-8b)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

평가의 주안점 단항식과 수의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이 (1) $5x\times4=5\times x\times4=5\times4\times x=\mathbf{20x}$

(2) $(-a)\times7=(-1)\times a\times7=(-1)\times7\times a=\mathbf{-7a}$

(3) $6\times(-3y)=6\times(-3)\times y=\mathbf{-18y}$

(4) $(-8b)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=(-8)\times b\times\left(-\frac{1}{2}\right)=(-8)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times b=\mathbf{4b}$

중1 두 수의 곱이 1이 될 때, 한 수를 다른 수의 역수라고 한다.

5 한편 단항식을 수로 나눌 때는 수의 계산에서와 마찬가지로 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다. 예를 들어 $12a\div6$은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$12a\div6=12a\times\frac{1}{6}=12\times a\times\frac{1}{6}=12\times\frac{1}{6}\times a=2a$$

문제 4 다음을 계산하시오.

(1) $15x\div5$ (2) $4x\div(-16)$

(3) $(-9a)\div\left(-\frac{1}{3}\right)$ (4) $\left(-\frac{2}{7}y\right)\div2$

✚ $-\frac{1}{3}$의 역수는 -3이다.

평가의 주안점 단항식과 수의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이 (1) $15x\div5=15\times x\times\frac{1}{5}=15\times\frac{1}{5}\times x=\mathbf{3x}$

(2) $4x\div(-16)=4\times x\times\left(-\frac{1}{16}\right)=4\times\left(-\frac{1}{16}\right)\times x=\mathbf{-\frac{x}{4}}$

(3) $(-9a)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=(-9)\times a\times(-3)=(-9)\times(-3)\times a=\mathbf{27a}$

(4) $\left(-\frac{2}{7}y\right)\div2=\left(-\frac{2}{7}\right)\times y\times\frac{1}{2}=\left(-\frac{2}{7}\right)\times\frac{1}{2}\times y=\mathbf{-\frac{y}{7}}$

생각 깨우기 지도 방법

묶음 음료수의 가격을 계산하는 과정에서 단항식과 수의 곱셈의 원리를 생각해 보게 한다.

4 단항식에 수를 곱할 때는 곱셈의 교환법칙을 이용하여 수끼리의 곱을 문자 앞에 쓸 수 있도록 지도한다.

예) $$\begin{aligned} 6a\times3&=6\times a\times3 \quad \text{곱셈의 교환법칙} \\ &=6\times3\times a \quad \text{곱셈의 결합법칙} \\ &=(6\times3)\times a \\ &=18\times a \\ &=18a \end{aligned}$$

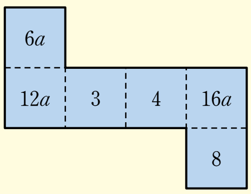
5 단항식을 0이 아닌 수로 나눌 때는 나누는 수의 역수를 곱하여 계산할 수 있도록 지도한다.

$$\begin{aligned} (-2x)\div12&=(-2)\times x\times\frac{1}{12} \\ &=(-2)\times\frac{1}{12}\times x \\ &=\left(-\frac{1}{6}\right)\times x \\ &=-\frac{1}{6}x \end{aligned}$$

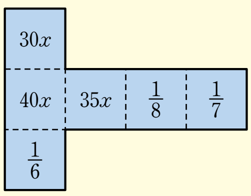
추가 문제

+중 다음은 정육면체의 전개도이다. 서로 마주 보는 면에 있는 식을 곱하고 간단히 하시오.

(1)



(2)



답: (1) $48a$ (2) $5x$

1 일차식과 수의 곱셈에서는 다음과 같은 분배법칙을 이용하여 계산할 수 있도록 지도한다.

$$a(b+c)=ab+ac$$
$$(a+b)c=ac+bc$$

2 일차식과 수의 나눗셈에서는 나누는 수의 역수를 곱하고, 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 계산할 수 있도록 지도한다.

$$\begin{aligned}(a+b)\div c&=(a+b)\times\frac{1}{c}\\&=a\times\frac{1}{c}+b\times\frac{1}{c}\\&=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}\end{aligned}$$

또한, 나누는 수가 정수일 경우에는 간단하게 아래처럼 나타낼 수도 있음을 설명한다.

$$(a+b)\div c=\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

3 **보충 설명**

괄호 앞에 '−'가 있을 경우에는 괄호 안의 식은 각 항의 부호가 모두 바뀌게 된다.

$$\begin{aligned}-(a+b)&=(-1)\times(a+b)\\&=(-1)\times a+(-1)\times b\\&=-a-b\end{aligned}$$

마찬가지 방법으로

$$-(a-b)=-a+b$$
$$-(-a+b)=a-b$$
$$-(-a-b)=a+b$$

와 같이 괄호를 풀 수 있다.

4 **오개념 지도 방법**

곱하는 수가 음수인 경우에는 부호에 유의하여 다음과 같이 계산하게 한다.

$$\begin{aligned}&-2(-4y+1)\\&=(-2)\times(-4y+1)\\&=(-2)\times(-4y)+(-2)\times1\\&=8y-2\end{aligned}$$

이때 $-2(-4y+1)=8y+1$과 같이 계산하지 않도록 주의하게 한다.

문제 5 오른쪽 그림에서 가로, 세로의 계산이 성립하도록 □ 안에 알맞은 수 또는 식을 써넣으시오.

□	÷	-7	=	$-5x$
÷		×		
□	×	□	=	$-2x$
=		=		
$70x$		□		

평가의 주안점 단항식과 수의 곱셈, 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이

$35x$	÷	-7	=	$-5x$
÷		×		
$\frac{1}{2}$	×	$-4x$	=	$-2x$
=		=		
$70x$		$28x$		

✚ 분배법칙
$a(b+c)=ab+ac$
$(a+b)c=ac+bc$

1 수와 일차식을 곱할 때는 수의 계산에서와 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 일차식의 각 항에 수를 곱하여 계산한다.

2 또, 일차식을 수로 나눌 때는 수의 계산에서와 마찬가지로 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

예제 1 다음을 계산하시오.

(1) $2(3x-4)$　　(2) $(6x-4)\div2$　　(3) $-(4x-5)$

풀이 (1) $2(3x-4)=2\times3x+2\times(-4)$
$=6x-8$

✚ $(6x-4)\div2=\frac{6x-4}{2}$
$=3x-2$

(2) $(6x-4)\div2=(6x-4)\times\frac{1}{2}$
$=6x\times\frac{1}{2}+(-4)\times\frac{1}{2}$
$=3x-2$

3 (3) $-(4x-5)=(-1)\times(4x-5)$
$=(-1)\times4x+(-1)\times(-5)$
$=-4x+5$

답 (1) $6x-8$　(2) $3x-2$　(3) $-4x+5$

4 **문제 6** 다음을 계산하시오.

(1) $-2(-3y+4)$　　(2) $\frac{3}{4}(-8x-12)$

(3) $(12x-8)\div4$　　(4) $(-7y-3)\div(-1)$

평가의 주안점 다항식과 수의 곱셈, 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이 (1) $-2(-3y+4)=(-2)\times(-3y)+(-2)\times4=\mathbf{6y-8}$

(2) $\frac{3}{4}(-8x-12)=\frac{3}{4}\times(-8x)+\frac{3}{4}\times(-12)=\mathbf{-6x-9}$

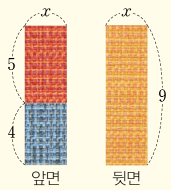
(3) $(12x-8)\div4=(12x-8)\times\frac{1}{4}=12x\times\frac{1}{4}+(-8)\times\frac{1}{4}=\mathbf{3x-2}$

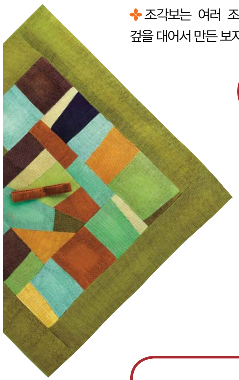
(4) $(-7y-3)\div(-1)=(-7y-3)\times(-1)=(-7y)\times(-1)+(-3)\times(-1)$
$=\mathbf{7y+3}$

③ 일차식의 덧셈, 뺄셈은 어떻게 할까?

생각 깨우기

오른쪽 그림은 직사각형 모양의 천을 이어 붙인 조각보로 만든 책갈피의 앞면과 뒷면이다. 앞면의 넓이를 $5x+4x$로 나타낼 때, 이 식을 간단하게 나타내어 보자.





✚조각보는 여러 조각의 헝겊을 대어서 만든 보자기이다.

5 다항식 $5x+4x$에서 $5x$, $4x$와 같이 문자와 그 문자에 대한 차수가 같은 항을 **동류항**이라고 한다. 특히 상수항은 모두 동류항이다. 예를 들어 다항식 $7x+2+x-4$에서 $7x$와 x, 2와 -4는 각각 동류항이다.

$$\overbrace{7x+2+x}^{\text{동류항}}\underbrace{{}-4}_{\text{동류항}}$$

문제 7 다음 중 $5x$의 동류항을 모두 고르시오.

$-x^2$, $-5x$, 3, $2x$, $5b$, 5

평가의 주안점 동류항의 뜻을 알고, 이를 찾을 수 있게 한다.
풀이 $\boldsymbol{-5x,\ 2x}$

6 위의 생각 깨우기 에서 앞면 직사각형의 넓이 $5x+4x$는 뒷면 직사각형의 넓이 $9x$와 같으므로 $5x+4x=9x$와 같이 나타낼 수 있다.

이것은 분배법칙을 이용하여

$$5x+4x=(5+4)x=9x$$

와 같이 계산한 것과 같다.

일반적으로 항이 여러 개 있는 식에서 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

✚동류항끼리는 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 덧셈, 뺄셈을 할 수 있다.
① $ax+bx=(a+b)x$
② $ax-bx=(a-b)x$

예 (1) $-8x+3x=(-8+3)x=-5x$
(2) $7a+6-a+2=7a-a+6+2=(7-1)a+(6+2)=6a+8$

문제 8 다음 식을 간단히 하시오. **7**

(1) $4a-6a$ (2) $3b-5b-b$
(3) $3-2x+3x-5$ (4) $4x+10-6x-3$

평가의 주안점 분배법칙을 이용하여 동류항의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.
풀이 (1) $4a-6a=(4-6)a=\boldsymbol{-2a}$
(2) $3b-5b-b=(3-5-1)b=\boldsymbol{-3b}$
(3) $3-2x+3x-5=-2x+3x+3-5=(-2+3)x+(3-5)=\boldsymbol{x-2}$
(4) $4x+10-6x-3=4x-6x+10-3=(4-6)x+(10-3)=\boldsymbol{-2x+7}$

생각 깨우기 **지도 방법**

직사각형 모양의 천 조각을 이어 붙인 조각보의 넓이를 이용하여 동류항의 뜻을 알고, 분배법칙을 이용하여 동류항의 계산을 할 수 있음을 알도록 지도한다.

5 $3x$, $-x$와 같이 다항식에서 곱해진 문자와 그 문자에 대한 차수가 같은 항은 동류항이다. 그러나 $2x$, $2x^2$은 문자의 종류는 같지만 차수가 다르므로 동류항이 아니다. 또, $3x^2$, $3y^2$은 차수는 같지만 문자의 종류가 다르므로 동류항이 아니다. 여러 가지 예를 제시하여 동류항을 구별할 수 있도록 지도한다.

6 동류항끼리의 덧셈과 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 문자를 곱한 것과 같음을 이해하게 한다.

7 $3b-5b-b$에서 $-b=(-1)\times b$임을 이용하여

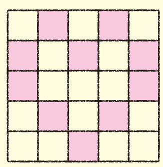
$$3b-5b-b=(3-5-1)\times b$$

로 계산할 수 있도록 지도한다.

추가 문제

+중 $2a$와 동류항인 것을 모두 찾아 색칠하시오.

$2a^2$	$\frac{a}{2}$	-2	$-a$	25
$-2a$	a^3	$32a$	$\frac{1}{2}b$	$-\frac{1}{2}a$
a	$-\frac{2b}{3}$	$2y$	$\frac{2x}{3}$	$-5a$
1	$\frac{2}{3}a$	$-b$	$3a$	$\frac{1}{2}a^2$
$2b$	$5b$	$100a$	2	$-2a^2$

답: 

1 **오개념 지도 방법**

① $4x+5=9x$로 답하는 경우: 여러 가지 구체적인 예를 통하여 $4x$와 5는 동류항이 아니므로 계산할 수 없음을 강조한다. 식의 계산 결과는 수의 계산과 같이 하나의 값으로 나오지 않고 다항식의 형태로 나타나는 경우가 있음을 이해하도록 지도한다.

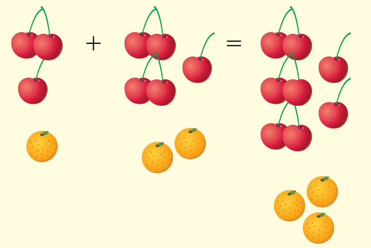
② $4x+5x=9x^2$, $4x-x=4$로 답하는 경우: $4x+5x=(4+5)x=9x$, $4x-x=(4-1)x=3x$와 같이 괄호로 묶는 연습을 충분히 시킨다.

③ $(3+x)+(x-3)=3x+(-3x)$와 같이 답하는 경우: 수와 문자의 덧셈과 뺄셈은 더 이상 간단하게 할 수 없음을 이해하도록 지도한다.

수준별 지도 방법

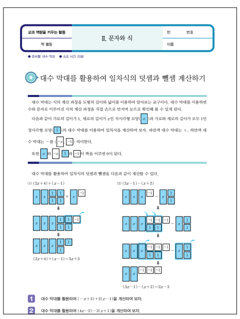
+하 학생들에게는 다음과 같이 그림으로 동류항의 개념을 이해할 수 있도록 지도한다.

$(3a+b)$ + $(5a+2b)$ = $8a+3b$



부록 링크

부록 354쪽의 활동 자료 '대수 막대를 활용하여 일차식의 덧셈과 뺄셈 계산하기'를 통하여 수와 문자로 이루어진 식의 계산 과정을 교구를 활용하여 직접 확인해 볼 수 있다.



1 일차식의 덧셈은 먼저 괄호를 푼 후 동류항끼리 모아서 계산한다.
또, 일차식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산한다.

예제 2 다음을 계산하시오.

(1) $(6x+7)+(5x-2)$　　(2) $(2a-4)-(7a-8)$

풀이 (1) $(6x+7)+(5x-2)$ ← 괄호를 푼다.
$=6x+7+5x-2$ ← 동류항끼리 모은다.
$=6x+5x+7-2$ ← 동류항끼리 계산한다.
$=11x+5$

$$\begin{array}{r} 6x+7 \\ +)\ \ 5x-2 \\ \hline 11x+5 \end{array}$$

(2) $(2a-4)-(7a-8)$ ← 괄호를 푼다.
$=2a-4-7a+8$ ← 동류항끼리 모은다.
$=2a-7a-4+8$ ← 동류항끼리 계산한다.
$=-5a+4$

$$\begin{array}{r} 2a-4 \\ -)\ \ 7a-8 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2a-4 \\ +)\ -7a+8 \\ \hline -5a+4 \end{array}$$

답 (1) $11x+5$　(2) $-5a+4$

문제 9 다음을 계산하시오.

(1) $(x+4)+(2x-3)$　　(2) $(5a-9)+(-3a+7)$
(3) $(12x+5)-(8x+4)$　　(4) $(-2a+3)-(-6a-10)$

평가의 주안점 먼저 괄호를 푼 후 동류항의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이 (1) $(x+4)+(2x-3)=x+4+2x-3=x+2x+4-3$
$=\mathbf{3x+1}$

(2) $(5a-9)+(-3a+7)=5a-9-3a+7=5a-3a-9+7$
$=\mathbf{2a-2}$

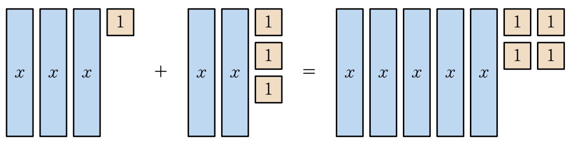
(3) $(12x+5)-(8x+4)=12x+5-8x-4=12x-8x+5-4$
$=\mathbf{4x+1}$

(4) $(-2a+3)-(-6a-10)=-2a+3+6a+10=-2a+6a+3+10$
$=\mathbf{4a+13}$

교구로 만나는 수학　핵심 역량 정보 처리

대수 막대

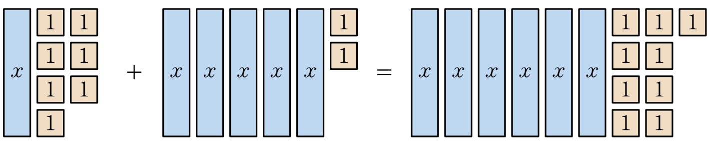
대수 막대를 사용하여 $(3x+1)+(2x+3)$을 계산하면 다음과 같다.



$(3x+1)$ + $(2x+3)$ = $5x+4$

1 위와 같은 방법으로 $(x+7)+(5x+2)$를 계산하여 보자.

풀이



$(x+7)$ + $(5x+2)$ = $6x+9$

2 복잡한 일차식의 계산은 분배법칙을 이용하여 먼저 괄호를 푼 후 동류항끼리 모아서 계산한다.

예제 3 $3(x-1)-2(5x-4)$를 계산하시오.

풀이 $3(x-1)-2(5x-4)$ 괄호를 푼다.
$=3x-3-10x+8$ 동류항끼리 모은다.
$=3x-10x-3+8$ 동류항끼리 계산한다.
$=-7x+5$

답 $-7x+5$

문제 10 다음을 계산하시오.

(1) $3(x+4)+(2x-3)$ (2) $5(-2x+1)-(8x-6)$

(3) $5(y+1)-\frac{1}{2}(4y-10)$ (4) $\frac{4b+3}{2}-\frac{b-2}{4}$

평가의 주안점 일차식의 덧셈과 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 후 동류항끼리 모아서 계산할 수 있게 한다.

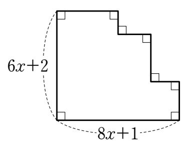
풀이 (1) $3(x+4)+(2x-3)=3x+12+2x-3=3x+2x+12-3=\mathbf{5x+9}$

(2) $5(-2x+1)-(8x-6)=-10x+5-8x+6=-10x-8x+5+6=\mathbf{-18x+11}$

(3) $5(y+1)-\frac{1}{2}(4y-10)=5y+5-2y+5=5y-2y+5+5=\mathbf{3y+10}$

(4) $\frac{4b+3}{2}-\frac{b-2}{4}=2b+\frac{3}{2}-\frac{1}{4}b+\frac{1}{2}=2b-\frac{1}{4}b+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{7}{4}b+2}$

문제 11 오른쪽 그림과 같은 도형의 둘레의 길이를 문자를 사용하여 간단히 나타내시오.



평가의 주안점 도형의 둘레의 길이를 구하는 과정에서 다항식의 합으로 표현할 수 있고, 이를 계산할 수 있게 한다.

풀이 주어진 도형의 둘레의 길이는 가로의 길이가 $8x+1$, 세로의 길이가 $6x+2$인 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로 $2(8x+1)+2(6x+2)=16x+2+12x+4=\mathbf{28x+6}$

핵심 역량 의사소통

다음은 은준이가 일차식의 뺄셈을 계산하는 과정을 나타낸 것이다. 은준이의 풀이 중 잘못된 부분을 찾아 바르게 고쳐 보자.

$(-5x+2)-(-3x+2)$
$=-5x+2+3x+2$
$=-5x+3x+2+2$
$=-2x+4$

평가의 주안점 괄호가 있는 일차식의 뺄셈을 정확하게 계산할 수 있도록 한다.

예시 $(-5x+2)-(-3x+2)=-5x+2+3x-2=-5x+3x+2-2=-2x$

2 괄호가 있는 일차식의 뺄셈에서는 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼 후 계산할 수 있도록 강조한다.

핵심 역량 의사소통 **지도 방법**

괄호 앞에 '−'가 있는 경우에는 괄호 안의 모든 항의 부호가 바뀐다는 점을 다시 한번 강조한다.

참고자료

제목 x의 즐거움

저자 스티븐 스트로가츠

● **책 소개**

유치원 과정의 산수에서부터 대학원 과정의 대수학까지, 차근차근 단계를 밟아가며 설명한다. 기존의 알고 있던 공식들을 직관적으로 이해할 수 있도록 다양한 그림과 새로운 해석을 제공하여 흥미를 제공한다. 또한, 어린이 프로그램인 <세○○○○○○>, 소설 ≪박사가 사랑한 수식≫과 같은 대중문화, 세계 대전과 같은 역사적 이야기 등 풍부한 비유는 우리가 수의 세계에 살고 있음을 깨닫게 한다.

● **수업 활용 방안**

책에 나와 있는 다음과 같은 학생들이 잘못 생각하기 쉬운 문제를 제시하고 풀어 보도록 한다.

복도의 길이를 야드(약 90 cm)로 잰 것을 y, 피트(약 30 cm)로 잰 것을 f라고 할 때, f와 y 사이의 관계를 식으로 나타내시오.

답: $f=3y$

교과서
80

창의력을 키우는 활동 **지도 방법**

친구의 생일을 문자를 사용한 일차식으로 표현하고, 계산하는 활동을 통하여 문자의 필요성을 인식할 수 있도록 지도한다.

참고자료

숫자 맞히기 게임

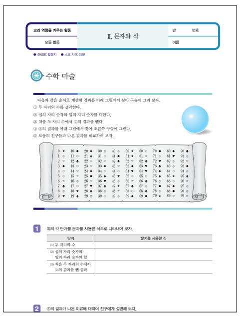
친구에게 다음과 같은 단계를 거치도록 한다.

1단계: 1부터 99까지의 수 중 하나를 생각한다. 2단계: 생각한 그 숫자에 2를 곱한다. 3단계: 2단계의 결과에 10을 더한다. 4단계: 3단계의 결과를 2로 나눈다. 5단계: 처음 생각한 숫자를 뺀다.

5단계를 거친 후 마지막에 나온 숫자가 5가 되는 것을 맞힐 수 있다.
처음 생각한 수를 x라고 하면
1단계: x
2단계: $2x$
3단계: $2x+10$
4단계: $(2x+10)\div2=x+5$
5단계: $x+5-x=5$
이므로 5단계를 거친 후 마지막에 나오는 숫자는 항상 5이다.

부록 링크

부록 355쪽의 활동 자료 '수학 마술'을 통하여 문자의 필요성을 인식할 수 있다.



창의력을 키우는 활동

소요 시간 15분 개별 활동

친구의 생일을 맞혀 보자

1 태어난 달을 m, 태어난 날을 d라 하고, 다음 과정을 문자를 사용하여 나타내어 보자.
❶ 태어난 날에 5를 곱하고 15를 더한다. ➡
❷ ❶의 결과에 20을 곱한다. ➡
❸ ❷의 결과에 태어난 달을 더한다. ➡

2 채원이가 생일을 어떻게 맞혔는지 민재에게 설명해 주는 글을 써 보자.

평가의 주안점 분배법칙을 이용하여 동류항의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이 1 ❶ $5d+15$ ❷ $20(5d+15)=100d+300$ ❸ $100d+300+m$

예시 2 태어난 달을 m, 태어난 날을 d라고 하면 결과가 $100d+300+m=100(d+3)+m$이 돼. $2109=100(18+3)+9$에서 21은 네가 태어난 날에서 3을 더해서 나온 수니까 네가 태어난 날은 18일이고, 9는 네가 태어난 달이니까 너의 생일은 9월 18일이 되는 거야.

평가 개요 예시

교과 역량	평가 내용
문제 해결	문제의 뜻을 이해하고 주어진 상황을 문자를 사용한 식으로 나타내고 이 식을 정확하게 계산하였는가?
의사소통	생일을 맞히는 과정을 설명하는 글을 논리적으로 작성하였는가?

학교 생활기록부 예시

기재 예시	관련 교과 역량
문제 상황을 정확하게 이해하고 문자 사용의 필요성을 인식하여 주어진 상황을 문자를 사용한 식으로 표현하고 계산해 낼 수 있음.	문제 해결
계산한 결과를 해석하여 처음 생각한 생일을 알아내는 방법을 찾아낼 수 있음.	추론
계산한 결과를 보고 어떤 방법을 거쳐 생일을 맞힐 수 있었는지 설명하는 글을 문자를 사용하여 논리적으로 작성해 낼 수 있음.	의사소통

스스로 하는 중단원 마무리

기초 문제

1 다음을 문자를 사용한 식으로 나타내시오.

(1) 둘레의 길이가 x인 정오각형의 한 변의 길이

(2) 250쪽인 책을 하루에 8쪽씩 a일 동안 읽었을 때, 남은 쪽수

풀이 (1) $\boldsymbol{\frac{x}{5}}$ (2) $\mathbf{250-8}\boldsymbol{a}$**(쪽)**

2 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내시오.

(1) $5-2\times a$ (2) $x\div y\div 3$

(3) $x\times x\times y\times(-1)$ (4) $(x-y)\times 0.5$

풀이 (1) $\mathbf{5-2}\boldsymbol{a}$ (2) $\boldsymbol{\frac{x}{3y}}$

(3) $\boldsymbol{-x^2y}$ (4) $\mathbf{0.5}\boldsymbol{(x-y)}$

3 $x=-1$, $y=5$일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $-x-y$ (2) $5x-y$

(3) x^2-y (4) $\frac{x-y}{x+y}$

풀이 (1) $-x-y=-(-1)-5=\mathbf{-4}$

(2) $5x-y=5\times(-1)-5=\mathbf{-10}$

(3) $x^2-y=(-1)^2-5=\mathbf{-4}$

(4) $\frac{x-y}{x+y}=\frac{-1-5}{-1+5}=\mathbf{-\frac{3}{2}}$

4 다항식 $4x^2-x+5$에서 다음을 구하시오.

(1) 항 (2) 다항식의 차수

(3) x의 계수 (4) 상수항

풀이 (1) $\boldsymbol{4x^2,\ -x,\ 5}$ (2) **2**

(3) $\mathbf{-1}$ (4) **5**

5 다음을 계산하시오.

(1) $(3a-4)\times 5$ (2) $(-14x+8)\div(-2)$

(3) $5x-6-x+4$ (4) $-(x-8)+4(3x+5)$

풀이 (1) $\mathbf{15}\boldsymbol{a}\mathbf{-20}$ (2) $\mathbf{7}\boldsymbol{x}\mathbf{-4}$

(3) $\mathbf{4}\boldsymbol{x}\mathbf{-2}$ (4) $\mathbf{11}\boldsymbol{x}\mathbf{+28}$

기본 문제

6 다음 보기 중 다항식 $3x-\frac{y}{5}-1$에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오.

〈보기〉

ㄱ. 항은 3개이다.

ㄴ. 이차식이다.

ㄷ. x의 계수는 3이다.

ㄹ. y의 계수는 -5이다.

ㅁ. 상수항은 1이다.

풀이 ㄴ. 주어진 다항식은 일차식이다.

ㄹ. y의 계수는 $-\frac{1}{5}$이다.

ㅁ. 상수항은 -1이다.

따라서 옳은 것은 **ㄱ, ㄷ**이다.

7 화씨온도 x °F를 섭씨온도로 나타내면 $\frac{5}{9}(x-32)$°C이다. 화씨온도 77 °F는 섭씨온도로 몇 도인지 구하시오.

풀이 $\frac{5}{9}(x-32)=\frac{5}{9}(77-32)=\mathbf{25}$**(°C)**

8 계산 결과가 아래와 같이 되도록 보기에서 두 식을 골라 □ 안에 써넣으시오.

〈보기〉

$x-2$, $-4x-5$, $5x+3$, $2x+6$, $-7x+4$

(1) $(\boxed{})+(\boxed{})=-2x+1$

(2) $(\boxed{})-(\boxed{})=-3x+9$

풀이 (1) $(\boxed{\mathbf{-4x-5}})+(\boxed{\mathbf{2x+6}})=-2x+1$

(2) $(\boxed{\mathbf{-7x+4}})-(\boxed{\mathbf{-4x-5}})=-3x+9$

9 다음을 계산하시오.

(1) $\frac{1}{3}(6x+15)-\frac{3}{4}(-4x+12)$

(2) $12\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)-6\left(\frac{1}{3}x-\frac{5}{6}\right)$

(3) $\frac{5x-3}{2}-\frac{x-4}{3}$

(4) $9-\{7-4(3x+1)\}$

풀이 (1) $\frac{1}{3}(6x+15)-\frac{3}{4}(-4x+12)=2x+5+3x-9$

$=\mathbf{5x-4}$

(2) $12\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)-6\left(\frac{1}{3}x-\frac{5}{6}\right)=3x+6-2x+5=\mathbf{x+11}$

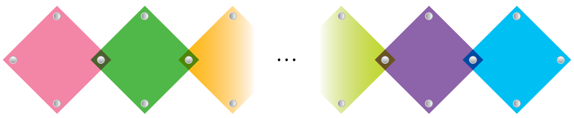
(3) $\frac{5x-3}{2}-\frac{x-4}{3}=\frac{3(5x-3)}{6}-\frac{2(x-4)}{6}$

$=\frac{15x-9-2x+8}{6}=\mathbf{\frac{13x-1}{6}}$

(4) $9-\{7-4(3x+1)\}=9-(7-12x-4)=9-(3-12x)$

$=9-3+12x=\mathbf{12x+6}$

10 정사각형 모양의 색종이를 다음 그림처럼 일부가 겹치게 압정으로 고정하려고 한다. 물음에 답하시오.



(1) 색종이의 개수가 x일 때, 필요한 압정의 개수를 식으로 나타내시오.

(2) 색종이의 개수가 25일 때, 필요한 압정의 개수를 구하시오.

풀이 (1) 색종이의 개수가 하나씩 늘어날 때마다 압정의 개수는 다음과 같이 늘어난다.

색종이의 개수	압정의 개수
1	4
2	4+3
3	4+3+3
⋮	⋮
x	$4+\underbrace{3+\cdots+3}_{(x-1)\text{개}}$

따라서 색종이의 개수가 x일 때, 필요한 압정의 개수는

$4+3(x-1)=\mathbf{3x+1}$

(2) 색종이의 개수가 25일 때, 필요한 압정의 개수는 $3x+1$에 $x=25$를 대입하면

$3x+1=3\times25+1=\mathbf{76}$

실력 문제

11 $x=-7$, $y=2$일 때,

$$3x-2[x+3y-\{x-y-(2x-3y)\}]$$

의 값을 구하시오.

풀이 $3x-2[x+3y-\{x-y-(2x-3y)\}]$

$=3x-2\{x+3y-(-x+2y)\}$

$=3x-2(2x+y)$

$=-x-2y$

$=-(-7)-2\times2$

$=\mathbf{3}$

12 다음 식을 간단히 하시오.

$$(-1)^{100}\times\frac{a-1}{3}-(-1)^{99}\times\frac{3-5a}{4}$$

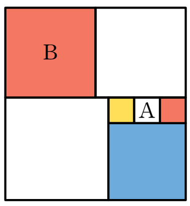
풀이 $(-1)^{100}\times\frac{a-1}{3}-(-1)^{99}\times\frac{3-5a}{4}$

$=\frac{a-1}{3}+\frac{3-5a}{4}$

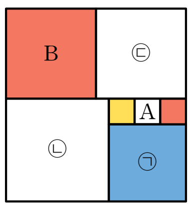
$=\frac{4(a-1)}{12}+\frac{3(3-5a)}{12}$

$=\frac{4a-4+9-15a}{12}=\mathbf{\frac{-11a+5}{12}}$

13 오른쪽 그림은 네 종류의 정사각형을 이어 붙여 직사각형을 만든 것이다. 정사각형 A의 한 변의 길이를 a라고 할 때, 정사각형 B의 한 변의 길이를 a를 사용하여 나타내시오.



풀이 ㉠의 한 변의 길이는 A의 한 변의 길이의 3배이므로 $3a$이고, ㉡의 한 변의 길이는 $a+3a=4a$이다. B와 ㉢은 모두 정사각형이므로 B의 한 변의 길이는 $(4a+3a)\div2=\mathbf{\frac{7}{2}a}$이다.



부록 링크 부록 411쪽의 중단원 수준별 문제를 통하여 학생들의 실력을 점검할 수 있도록 지도한다.

과정 중심 평가

오른쪽 그림과 같이 할인하여 판매하고 있는 운동화가 있다. 회원 카드를 가지고 있는 주원이는 원래 운동화 가격에서 30 % 할인된 가격에 이 운동화를 살 수 있다고 생각하였다. 주원이의 생각에 대한 자신의 의견을 다음 조건에 맞게 설명하시오.

(가) 문자를 사용하여 설명한다.
(나) 20 % 할인한 후 10 % 추가로 할인한 가격과 30 % 할인한 가격을 비교하여 설명한다.

예시 원래 운동화 가격을 A원이라고 하면 20 % 할인한 금액은 $0.8A$원이고, 이 금액에서 다시 10 % 추가로 할인한 금액은 $0.8A\times0.9=0.72A$(원)이다. 또한, 처음 운동화 가격에서 30 % 할인한 금액은 $0.7A$원이다.
즉, 두 가지 경우가 $0.72A$와 $0.7A$로 같지 않으므로 주원이의 생각은 잘못되었다는 것을 알 수 있다.

평가 기준표

평가 기준(총 10점)		배점
문제 해결 (6점)	두 가지 상황을 이해하고, 문자를 사용한 식으로 정확하게 나타내었다.	6점
	두 가지 상황을 이해하긴 하였으나 문자를 사용한 식으로 나타내지 못하였다. (두 가지 경우 중 한 가지 경우만 나타내었다.)	3점
	문제 상황을 이해하지 못하고 근거 없이 자신의 생각을 말하였다.	0점
추론 (3점)	두 가지 경우를 비교하여 주원이의 생각에 대한 자신의 의견을 정확하게 제시하였다.	3점
	두 가지 경우를 비교하지 못하고 주원이의 생각에 대한 자신의 생각을 제시하였다.	0점
태도 및 실천 (1점)	자주적으로 과제 해결 및 평가에 참여하였다.	1점
	과제 해결 및 평가에 참여하지 않았다.	0점

지도 방법

많은 학생들은 이런 문제를 맞닥뜨렸을 때, 덧셈 방식으로 문제를 해결하려고 한다. 즉, 20 %를 할인한 후 10 %를 추가로 할인하였다면 30 %를 할인한 결과와 같다고 생각하기 쉽다. 이러한 오류를 줄이기 위하여 문자를 사용하여 정확한 값을 비교하는 것이 필요하다는 것을 인식할 수 있도록 지도한다.

평가 기준 역량별 설명

- 문제 해결

운동화 가격을 알 수 없기 때문에 운동화 판매 가격을 문자 A로 나타낸다. 이때 두 가지 경우 모두 문자 A를 사용하여 정확하게 나타낸 경우에 정답으로 인정한다. 다만, A를 20 % 할인 받고 추가로 10 % 할인 받은 금액을 나타내는 과정에서 20 % 할인 받은 금액은 A를 사용하여 정확하게 표현하였으나 추가로 10 % 할인 받은 금액을 표현하지 못하였다면 부분 점수를 부여할 수 있다. 또한, A에서 30 % 할인 받은 금액을 $0.7A$로 표현한 경우 정답으로 인정한다. 두 가지 경우 각각 점수를 부여한다.

- 추론

20 % 할인 받고 추가로 10 % 할인 받은 금액은 $0.72A$이고, 30 % 할인 받은 금액은 $0.7A$이므로 두 금액이 같지 않다는 사실을 설명하였다면 점수를 부여한다. 가끔 문자를 사용하지 않고 특정한 숫자를 이용하여 상황을 설명하는 학생들이 있는데 이 경우에는 일반적인 경우를 설명할 수 없으므로 반드시 문자를 사용하도록 강조한다.