

중단원 지도 목표

- 1 방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 이해하게 한다.
- 2 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원 도입 해설

방정식의 개념은 문자의 사용보다 훨씬 오래전에 생겼다. 기원전 1650년경 《린드 파피루스》에 실린 방정식 문제를 시작으로 동서양의 여러 책에서 방정식 문제를 발견할 수 있으며, 이는 방정식이 다양한 문제를 해결하기 위한 중요한 도구였기 때문이다. 이러한 역사적 의미를 가진 방정식의 필요성을 인식할 수 있도록 지도한다.



참고 자료

우리가 사용하고 있는 수학 기호와 문자들은 각각의 역사를 가지고 오랜 시간 동안 발전하여 왔다. 예를 들면 어떤 수, 어떤 수의 제곱, 어떤 수의 세제곱은 다음과 같은 변천 과정을 거쳐 현재와 같이 사용하게 되었다.

	어떤 수(x)	어떤 수의 제곱(x^2)	어떤 수의 세제곱(x^3)
디오판토스	ξ	Δ^T	K^T
비에트	A	A quad	A cub
해리엇	A	AA	AAA
데카르트	x	xx	x^3

[출처: 존 더비셔, 고중숙 역, 《미지수, 상상의 역사》, Howard Eves, 허민, 오혜영 역, 《수학의 위대한 순간들》]

되짚어 보기

초등 1 다음 안에 알맞은 수를 써넣으시오.
의 값 구하기

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------|
| (1) $3 + \square = 9$ | (2) $6 - \square = 0$ |
| (3) $\frac{1}{5} \times \square = 1$ | (4) $7 \div \square = 1$ |

풀이 (1) 6 (2) 6 (3) 5 (4) 7

중1 2 다음을 계산하시오.
 일차식의 계산

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| (1) $-4a + 2 - 3a - 1$ | (2) $\frac{1}{2}(4x + 6)$ |
|------------------------|---------------------------|

개념 확인 항이 여러 개 있는 식에서 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 계산한다.

풀이 (1) $-4a + 2 - 3a - 1 = -4a - 3a + 2 - 1 = -7a + 1$

(2) $\frac{1}{2}(4x + 6) = \frac{1}{2} \times 4x + \frac{1}{2} \times 6 = 2x + 3$

방정식과 그 해

학습 목표 | 방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 이해한다.

학습 요소 | 등식, 방정식, 미지수, 해, 근, 항등식

1 등식, 방정식, 항등식은 무엇일까?



빈 병의 재활용률을 높이기 위하여 설치된 빈 병 무인 회수기 중에는 빈 병의 보증금으로 기부를 할 수 있도록 만들어진 것도 있다. 이 기계에 빈 병 한 개를 넣으면 110원을 기부할 수 있다고 할 때, 9900원을 기부하기 위해서는 몇 개의 빈 병을 모으면 되는지 식으로 나타내어 보자.



♣ 재활용과 나눔을 동시에 실천할 수 있는 재활용품 무인 회수기를 설치하여 운영하는 나라들이 있다. 무인 회수기에 재활용품을 넣으면 터키에서는 유기견 동물 사료가 나오고, 에스토니아에서는 자소독출 어린이들에게 공연을 선물할 수 있다.

생각 깨우기 에서 빈 병의 수를 x 개라고 할 때, 빈 병 한 개를 넣으면 110원을 기부할 수 있으므로 총 기부 금액은

$$110x = 9900$$

과 같이 나타낼 수 있다.

이와 같이 등호 =를 사용하여 나타낸 식을 **등식**이라고 한다.

- 예**
- (1) $x + 2 = 4$, $2x + 3x = 5x$ 는 등식이다.
 - (2) $3x - 2$, $-5 < 2$ 는 등호가 없으므로 등식이 아니다.

문제 1 다음 중 등식을 모두 고르시오.

- (1) $2x - 5 = 1$
- (2) $4x = 3x + x$
- (3) $4x - 6$
- (4) $7 - 5 < 3$

평가의 주안점 등식의 의미를 이해하고 이를 찾을 수 있게 한다.

풀이 등호를 사용하여 나타낸 식은 (1), (2)이다.

문제 2 다음 문장을 등식으로 나타내시오.

- (1) 어떤 수 x 에 3배를 하고 5를 더하면 x 와 같다.
- (2) 사탕 50개를 x 명의 친구들에게 4개씩 나누어 주었더니 6개가 남았다.

평가의 주안점 주어진 수량 사이의 관계를 등식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이 (1) $3x + 5 = x$ (2) $50 - 4x = 6$

참고 자료

서울특별시시는 재활용품 분리 체험과 동시에 기부로 나눔을 실천할 수 있는 기부하는 재활용품 자동 회수기(RVM: Reverse Vending Machine)를 2015년 홍대 걷고 싶은 거리에 설치하였다. 캔·페트병 자동 회수기, 종이팩 압축 회수기, 빈 유리병 회수기 등 세 종류로, 시민들이 재활용품을 분리해 넣으면 품목별 누적량 및 CO₂ 절감 효과, 기부 누적 금액이 LCD 모니터 화면에 표시된다. 이렇게 모아진 재활용품의 판매 수익금은 동물 보호 등을 위하여 기부된다.

[출처: 《뉴스 1》, 2015.6.17.]

11~14차시

소단원 지도 목표

- 1 등식의 뜻을 이해하게 한다.
- 2 방정식, 미지수, 해(근)의 뜻을 알고 방정식에 수를 대입하여 해를 구할 수 있게 한다.
- 3 항등식의 뜻을 이해하게 한다.
- 4 등식의 성질을 이해하게 한다.
- 5 등식의 성질을 이용하여 등식을 변형할 수 있도록 한다.
- 6 등식의 성질을 이용하여 방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

지도상의 유의 사항

- 1 다양한 상황을 나타내는 문장을 문자를 사용한 등식으로 나타내도록 지도한다.
- 2 방정식은 다양한 상황을 통하여 도입하여 그 필요성을 인식하게 한다.
- 3 방정식의 미지수에 여러 가지 수를 대입하여 참, 거짓을 판단하게 하고, 해의 뜻을 명확하게 알게 한다.
- 4 여러 가지 예를 통하여 방정식과 항등식을 구별할 수 있게 지도한다.
- 5 구체적인 예를 통하여 등식의 성질을 이해하도록 지도한다.
- 6 등식의 성질을 수식으로 표현하고, 그 의미를 이해할 수 있도록 지도한다.

학습 요소

- 등식(equality)
- 방정식(equation)
- 미지수(unknown)
- 해(solution)
- 근(root)
- 항등식(identity)



생각 깨우기

지도 방법

빈 병 한 개를 넣으면 110원을 기부할 수 있는 빈 병 무인 회수기에 몇 개의 병을 넣으면 9900원을 기부한 것과 같은지를 x 를 사용한 등식으로 나타낼 수 있도록 지도한다.

생각 깨우기 지도 방법

접시저울의 양쪽 무게가 같기 위해서는 양쪽 접시 위에서 같은 무게의 물건을 내려놓아야 한다. 이를 직관적으로 이해하여 등식의 성질과 연관시킬 수 있도록 한다.

1 저울이 평형을 이룬다는 것은 저울의 양쪽 접시에 놓인 물건의 무게가 서로 같다는 것을 뜻한다. 이것을 식으로 나타내면 등식의 좌변과 우변이 된다. 즉, 저울의 수평은 등식에서 등호(=)의 의미와 같게 한다.

2 접시저울을 이용하여 등식의 성질을 설명한다. 즉, 접시저울의 양쪽에 같은 무게의 물건을 올려놓거나 접시저울의 양쪽에서 같은 무게의 물건을 내려놓아도 양쪽의 무게는 같다는 점을 이용하여 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 빼어도 등식은 성립한다는 것을 알도록 지도한다. 또한, 접시저울의 양쪽에 같은 무게의 물건을 2배로 늘리거나 반으로 줄여도 양쪽의 무게는 같다는 점을 이용하여 등식의 양변에 같은 수를 곱하거나 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식이 성립한다는 것을 알도록 지도한다.

2 등식의 성질은 무엇일까?

다음 그림과 같이 평형을 이루고 있는 접시저울이 있다. 왼쪽 그림을 오른쪽 그림과 같이 변화시킬 수 있는 방법을 생각하여 보자.

1 **생각 깨우기**의 (1)과 같이 평형을 이루고 있는 접시저울의 양쪽 접시 위에서 같은 무게의 물건을 내려놓거나 양쪽 접시 위에 같은 무게의 물건을 올려놓아도 저울은 평형을 이룬다.



또, **생각 깨우기**의 (2)와 같이 평형을 이루고 있는 접시저울의 양쪽 접시 위에 올려놓은 물건의 무게를 같은 비율로 줄이거나 늘려도 저울은 평형을 이룬다.



2 등식에서도 마찬가지로 이와 같은 성질이 성립한다. 즉, 일반적으로 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. 또, 등식의 양변에 같은 수를 곱하거나 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

참고 자료

등식의 성질과 접시저울

최근에는 디지털 저울이나 용수철저울 등이 많이 사용되고 있으나 이러한 저울로는 우리가 원하는 저울의 성질을 발견하기가 어렵다. 저울의 원리를 발견하기 쉬운 저울은 접시저울이나 양팔 저울이다.

접시저울이나 양팔 저울에서는 양팔의 중심으로부터 물건이나 추를 얹는 접시까지의 거리가 같다. 이때 같은 무게를 가진 물건을 양쪽에 올려놓으면 저울의 팔이 수평을 이룬다. 이것이 저울의 성질이다. 접시저울은 이 성질을 이용하여 물건의 무게를 측정한다.

그러나 팔의 길이가 다른 것도 저울로 사용할 수 있다. 이것은 지렛대의 원리를 이용한 것이다.

이러한 자료를 학생들에게 보여 줌으로써 문화적 경험을 하게 하며 저울의 성질과 지렛대의 성질을 이용하여 용도에 따라 응용하거나 개발할 수 있도록 한다.

3 이상을 정리하면 다음과 같다.

등식의 성질

- 1 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.
 $a=b$ 이면 $a+c=b+c$
- 2 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.
 $a=b$ 이면 $a-c=b-c$
- 3 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.
 $a=b$ 이면 $ac=bc$
- 4 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.
 $a=b$ 이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c \neq 0$)

- 예
- (1) $x-5=4$ 의 양변에 5를 더하면 $x-5+5=4+5$ 이므로 $x=9$ 이다.
 - (2) $x+3=7$ 의 양변에서 3을 빼면 $x+3-3=7-3$ 이므로 $x=4$ 이다.
 - (3) $\frac{x}{6}=2$ 의 양변에 6을 곱하면 $\frac{x}{6} \times 6=2 \times 6$ 이므로 $x=12$ 이다.
 - (4) $2x=14$ 의 양변을 2로 나누면 $\frac{2x}{2}=\frac{14}{2}$ 이므로 $x=7$ 이다.

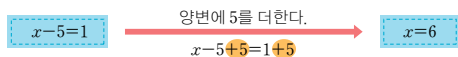
문제 6 등식의 성질을 이용하여 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

- (1) $2x-3=8$ 의 양변에 □을 더하면 $2x=11$ 이다.
- (2) $5x+1=6$ 의 양변에서 1을 빼면 $5x=\square$ 이다.
- (3) $\frac{2}{5}x=4$ 의 양변에 □를 곱하면 $2x=20$ 이다.
- (4) $7x=-21$ 의 양변을 7로 나누면 $x=\square$ 이다.

평가의 주안점 등식의 성질을 이해하고 상황에 맞게 이용할 수 있게 한다.

- 풀이
- (1) $2x-3=8$ 의 양변에 $\boxed{3}$ 을 더하면 $2x=11$ 이다.
 - (2) $5x+1=6$ 의 양변에서 1을 빼면 $5x=\boxed{5}$ 이다.
 - (3) $\frac{2}{5}x=4$ 의 양변에 $\boxed{5}$ 를 곱하면 $2x=20$ 이다.
 - (4) $7x=-21$ 의 양변을 7로 나누면 $x=\boxed{-3}$ 이다.

등식의 성질을 이용하면 방정식 $x-5=1$ 을 다음과 같이 바꿀 수 있다.



$x=6$ 일 때 방정식 $x-5=1$ 은 참이 된다. 따라서 6은 방정식 $x-5=1$ 의 해이다. 이와 같이 x 에 대한 방정식은 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식을 $x=(\text{수})$

의 꼴로 바꾸어 해를 구할 수 있다.

✦ 방정식 $x-5=1$ 의 해가 6인 것을 'x=6'과 같이 나타낸다.

5

3 보충 설명

등식의 양변에서 c 를 빼는 것은 $-c$ 를 더하는 것과 같음을 확인하게 한다.

$$a-c=b-c \Rightarrow a+(-c)=b+(-c)$$

또, 등식의 양변을 0이 아닌 c 로 나누는 것은 $\frac{1}{c}$ 을 곱하는 것과 같음을 확인하게 한다.

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{c} \Rightarrow a \times \frac{1}{c}=b \times \frac{1}{c}$$

4 등식의 성질 4에서 등식의 양변을 0으로 나누는 것을 제외하는 이유를 구체적인 예를 들어 설명한다. 만약 양변을 0으로 나눌 수 있다면

$$\begin{aligned} 3 \times 0 &= 5 \times 0 \text{에서} \\ 3 \times 0 \div 0 &= 5 \times 0 \div 0 \\ 3 &= 5 \end{aligned}$$

즉, 등식은 성립하지만 모순된 결과가 나온다. 따라서 등식의 양변을 같은 수로 나눌 때는 0이 아닌 수로 나누어야 함을 유의하여 지도한다.

5 방정식의 해를 구할 때 등식의 성질을 이용하여 미지수 x 가 포함된 항은 좌변, 상수항은 우변에 있도록 하여 $x=(\text{수})$ 의 꼴로 바꾸도록 한다. 이때 방정식의 좌변, 우변의 모양은 바뀌지만 등식의 성질에 의하여 변형된 방정식의 해는 원래 주어진 방정식의 해와 같다는 것을 알도록 지도한다.

<수업 예>

과제: $x=4$ 라고 하자. 이 식의 양변에 같은 연산을 하여 양변에 x 가 있는 더 복잡한 방정식을 만드시오.

수업 방법: 첫 번째 학생이 $x+1=5$, 다음 학생은 $x+1+2x=5+2x$ 와 같이 앞의 학생의 식을 그 다음 학생이 변형하도록 한다. 모둠별로 활동을 진행하고 식이 완성되었을 때, 방정식의 해가 $x=4$ 인지 확인해 보도록 한다.



1 등식의 성질을 이용하여 방정식의 해를 구할 때는 양변에 적용한 등식의 성질이 무엇인지 구체적으로 말하게 하여 각 과정에서 이용한 등식의 성질을 확실히 인식할 수 있도록 한다.

핵심 역량 의사소통 **지도 방법**

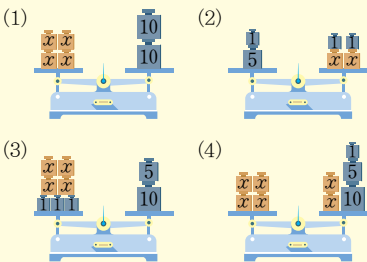
방정식의 해가 될 수 있는 수는 유리수 전체이므로 대입으로는 방정식의 해를 찾을 수 없거나 찾더라도 시간이 많이 걸린다는 사실을 알 수 있도록 지도한다. 이와 비교하여 등식의 성질을 이용하여 방정식의 해를 찾는 과정은 항상 해를 찾을 수 있다는 점에서 편리하다는 것을 인식할 수 있도록 지도한다.

추가 문제

+증 접시저울이 평형을 이루기 위한 식을 보기에서 찾고, x 의 값을 구하시오.

〈보기〉

- ㄱ. $6=2x+2$
- ㄴ. $4x=2x+16$
- ㄷ. $4x+3=15$
- ㄹ. $4x=20$



- 답: (1) ㄴ, 5 (2) ㄱ, 2
 (3) ㄷ, 3 (4) ㄴ, 8

1 **예제 2** 등식의 성질을 이용하여 방정식 $2x+4=36$ 을 푸시오.

확인

$x=16$ 을 양변에 대입하면
 (좌변) $=2 \times 16 + 4 = 36$
 (우변) $= 36$
 따라서 16은 해이다.

풀이 양변에서 4를 빼면 $2x+4-4=36-4$
 양변을 정리하면 $2x=32$
 양변을 2로 나누면 $\frac{2x}{2} = \frac{32}{2}$
 따라서 $x=16$

답 $x=16$

문제 7 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 푸시오.

- (1) $x-6=10$
- (2) $-5x=15$
- (3) $2-4x=10$
- (4) $\frac{4}{5}x-1=3$

평가의 주안점 등식의 성질을 이용하여 방정식 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 (1) $x=16$ (2) $x=-3$ (3) $x=-2$ (4) $x=5$

핵심 역량 의사소통

다음 두 가지 풀이 방법을 보고, 등식의 성질을 이용하여 방정식을 풀면 어떤 점이 편리한지 서로 이야기하여 보자.

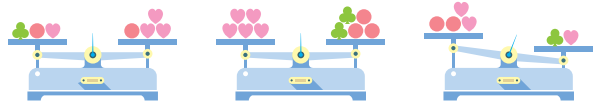
음수의 풀이	음수의 풀이
$2x-5=4$	$2x-5=4$
$x=1$ 일 때, $2 \times 1 - 5 = -3$	$2x-5+5=4+5$
$x=2$ 일 때, $2 \times 2 - 5 = -1$	$2x=9$
$x=3$ 일 때, $2 \times 3 - 5 = 1$	$\frac{2x}{2} = \frac{9}{2}$
$x=4$ 일 때, $2 \times 4 - 5 = 3$	$x = \frac{9}{2}$
$x=5$ 일 때, $2 \times 5 - 5 = 5$	
⋮	

평가의 주안점 등식의 성질을 이용하여 방정식의 해를 구하는 것의 편리한 점을 알 수 있도록 한다.

예시 방정식을 풀 때 미지수에 수를 하나씩 대입하여 구하면 시간이 오래 걸리고, 해를 찾을 수 없는 경우도 생긴다. 하지만 등식의 성질을 이용하여 $x=(수)$ 의 꼴로 바꾸면 그 수가 바로 방정식의 해가 된다.

수학 놀이터

다음 그림에서 마지막 접시저울을 평형으로 만들기 위한 방법을 설명하여 보자.



예시 ① 첫 번째 접시저울에서 3개와 2개의 무게는 같다.
 ② ①에서 3개와 2개의 무게가 같으므로 두 번째 접시저울에서 2개와 3개의 무게는 같다.
 ③ ①, ②에서 3개와 6개의 무게는 같다. 즉, 세 번째 접시저울에서 왼쪽 접시의 무게는 8개의 무게와 같고, 오른쪽 접시의 무게는 9개의 무게와 같다. 따라서 세 번째 접시저울이 평형을 이루려면 왼쪽 접시에 1개를 올려놓으면 된다.

2 일차방정식

| 학습 목표 | 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

| 학습 요소 | 이항, 일차방정식

1 일차방정식은 무엇일까?



오른쪽 그림은 태현이가 등식의 성질을 이용하여 방정식 $x-4=19$ 를 푸는 과정을 나타낸 것이다. 식 ①과 ②를 비교하여 보자.

$$\begin{array}{l} x-4=19 \quad \dots\dots ① \\ x-4+4=19+4 \\ x=19+4 \quad \dots\dots ② \\ x=23 \end{array}$$

생각 깨우기 에서 두 등식

$$x-4=19 \quad \dots\dots ①$$

$$x=19+4 \quad \dots\dots ②$$

를 비교하면 등식 ②는 등식 ①의 좌변에 있던 -4 를 $+4$ 로 부호를 바꾸어 우변으로 옮긴 것과 같다.

이와 같이 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 그 항의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

✦ 이항(移項)은 '항을 옮긴다.'라는 뜻이다.

$$\begin{array}{l} x-4=19 \\ \quad \quad \quad \swarrow \text{이항} \searrow \\ x=19+4 \end{array}$$

예 $4x+1=13$ 에서 좌변의 $+1$ 을 우변으로 이항하면 $4x=13-1$ 이 된다.

문제 1 다음 등식에서 밑줄 친 항을 이항하시오.

(1) $2x-3=5$

(2) $6x=4+2x$

(3) $7-3x=-x+1$

(4) $x-3=9-5x$

평가의 주안점 이항의 의미를 이해하고, 주어진 항을 이항할 수 있게 한다.

풀이 밑줄 친 항을 이항하면 다음과 같다.

(1) $2x=5+3$

(2) $6x-2x=4$

(3) $-3x+x=1-7$

(4) $x+5x=9+3$

방정식 $2x-1=-x+7$ 에서 우변에 있는 항 $-x$ 와 7 을 모두 좌변으로 이항하면 $2x+x-1-7=0$ 이고, 이를 정리하면 $3x-8=0$ 이 된다. 이때 좌변 $3x-8$ 은 일차식이다.

참고 자료

이항

아라비아의 수학자 알콰리즈미(Al-Khwarizmi, 780?~850?)는 820년 무렵 이항과 소거에 의한 계산 편람이라고 불리는 《알자브르 알무카발라》라는 책에서 등식의 다른 쪽으로 항을 옮기는 것을 '알자브르(이항)', 등식의 양변에서 같은 것을 서로 없애는 것을 '알무카발라(소거)'라고 하여 문제 풀이의 기법으로 이용한다. 이와 같은 풀이 방법은 현재에도 이용되고 있음을 알게 하고, 이항이 방정식의 풀이에 중요한 역할을 함을 이해할 수 있도록 한다.

[출처: 존 더비셔, 고종숙 역, 《미지수, 상상의 역사》]

15~19차시

소단원 지도 목표

- 1 등식의 성질을 이용하여 이항의 뜻을 이해하게 한다
- 2 일차방정식의 뜻을 알고, 이항을 이용하여 일차방정식을 풀 수 있게 한다.
- 3 괄호가 있거나 계수에 분수나 소수가 있는 일차방정식을 풀 수 있게 한다.
- 4 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

지도상의 유의 사항

- 1 일차방정식을 풀 때 이항을 기계적으로 적용하기보다 등식의 성질에 따라 이항이 이루어진다는 것을 이해할 수 있도록 한다.
- 2 일차방정식인지 아닌지를 구별할 때는 주어진 방정식을 (x 에 대한 일차식) $=0$ 의 꼴이 되는지 확인하도록 한다.
- 3 방정식에서 '부정', '불능'이란 용어는 사용하지 않는다.
- 4 일차방정식을 활용한 실생활 문제는 해가 자연수나 양수이어야 하는 조건을 갖는 경우가 많으므로 방정식의 해가 문제의 의도에 맞는지 반드시 확인하는 습관을 갖도록 한다.
- 5 다양한 실생활 문제를 일차방정식을 세워 해결하는 과정에서 방정식을 활용하여 문제를 해결하는 것의 유용성과 편리함을 인식하게 한다.

학습 요소

이항(transposition)

일차방정식(linear equation)



생각 깨우기

지도 방법

등식의 성질을 이용하여 방정식을 푸는 과정에서 이항의 뜻을 알 수 있도록 한다. 이항하여 부호가 바뀐 결과만 보지 않고, 이항은 등식의 성질에 의하여 이루어진다는 것을 충분히 이해하도록 한다.

1 일차방정식은 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리했을 때,

$$ax+b=0 \quad (a \neq 0)$$

의 꼴임을 알게 한다. 이때 주어진 등식에 이차항이 있어도 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때 일차식이 되는 경우도 있고, 등식에서 양변이 일차식이라도 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때 좌변이 일차식이 되지 않는 경우도 있음을 주의시킨다.

예 $x(x+1)=x^2+1$ 에서

$$x^2+x=x^2+1$$

$$x^2+x-x^2-1=0$$

$$x-1=0$$

2 일차방정식은 다음과 같은 방법으로 푼다.

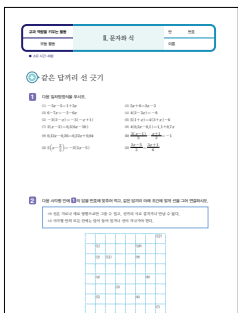
- ① 이항을 이용하여 주어진 방정식을 $ax=b \quad (a \neq 0)$ 의 꼴로 나타낸다.
- ② 등식의 성질 ③, ④를 이용하여 $x=(\text{수})$ 의 꼴로 바꾸어 해를 구한다.
- ③ 구한 해를 주어진 방정식에 대입하여 좌변과 우변의 값이 같은지 확인한다.

3 오개념 지도 방법

$2x+5=0$ 에서 $2x=-5$ 로 나타내는 것은 이항이지만 $2x=-5$ 가 $x=-\frac{5}{2}$ 가 되는 것은 이항이 아님을 이해시킨다.

부록 링크

부록 356쪽의 활동 자료 '같은 답끼리 선 긋기'를 통하여 일차방정식의 해를 구하는 연습을 흥미롭게 할 수 있다.



✦ 미지수가 1개인 x 에 대한 일차방정식을 간단히 일차방정식이라고 한다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때 (x 에 대한 일차식) $=0$

1의 꼴이 되는 방정식을 x 에 대한 **일차방정식**이라고 한다.

✦ 일차방정식에서 미지수는 보통 x 로 나타내지만 다른 문자를 사용할 수도 있다.

문제 2 다음 중 일차방정식을 모두 고르시오.

(1) $4x=1-x$

(2) $2x+3=x^2+3x$

(3) $1-2x=3-6x$

(4) $y-7=2y+1$

평가의 주안점 모든 항을 좌변으로 이항하고 정리하여 (x 에 대한 일차식) $=0$ 의 꼴이 되는 방정식이 일차방정식임을 알고 이를 찾을 수 있게 한다.

풀이 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.

(1) $4x-1+x=0, 5x-1=0 \rightarrow$ 일차방정식이다.

(2) $2x+3-x^2-3x=0, -x^2-x+3=0 \rightarrow$ 일차방정식이 아니다.

(3) $1-2x-3+6x=0, 4x-2=0 \rightarrow$ 일차방정식이다.

(4) $y-7-2y-1=0, -y-8=0 \rightarrow$ 일차방정식이다.

따라서 일차방정식은 (1), (3), (4)이다.

2 일차방정식은 어떻게 풀까?

2 일반적으로 일차방정식을 풀 때는 미지수를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하고 동류항을 정리하여 푼다.

미지수를 포함한 항은 좌변으로
 $4x-5=3x+1$
 상수항은 우변으로

3 예제 1 일차방정식 $2x+5=-6x-11$ 을 푸시오.

✓ **확인**

$x=-2$ 를 양변에 대입하면
 (좌변) $=2 \times (-2)+5=1$
 (우변) $=-6 \times (-2)-11=1$
 따라서 -2 는 해이다.

✦ **풀이**

5와 $-6x$ 를 각각 이항하면 $2x+6x=-11-5$
 양변을 정리하면 $8x=-16$
 양변을 8로 나누면 $\frac{8x}{8}=\frac{-16}{8}$
 따라서 $x=-2$

답 $x=-2$

문제 3 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $3x-16=x$

(2) $6-5x=x+9$

(3) $4x+1=2x-7$

(4) $-3x=-6x+15$

평가의 주안점 미지수를 포함하는 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이 (1) $3x-16=x, 3x-x=16, 2x=16, x=8$

(2) $6-5x=x+9, -5x-x=9-6, -6x=3, x=-\frac{1}{2}$

(3) $4x+1=2x-7, 4x-2x=-7-1, 2x=-8, x=-4$

(4) $-3x=-6x+15, -3x+6x=15, 3x=15, x=5$

4 괄호가 있는 일차방정식을 풀 때는 먼저 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 해를 구한다.

5 **예제 2** 일차방정식 $3(x-1)=5x-9$ 를 푸시오.

풀이 괄호를 풀면 $3x-3=5x-9$
 -3 과 $5x$ 를 각각 이항하면 $3x-5x=-9+3$
 양변을 정리하면 $-2x=-6$
 양변을 -2 로 나누면 $\frac{-2x}{-2}=\frac{-6}{-2}$
 따라서 $x=3$

확인
 $x=3$ 을 양변에 대입하면
 (좌변) $=3 \times (3-1)=6$
 (우변) $=5 \times 3-9=6$
 따라서 3 은 해이다.

답 $x=3$

문제 4 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $2(x-1)=10-4x$ **6** (2) $4-7(x+3)=13-2x$

평가의 주안점 괄호가 있는 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 (1) $2(x-1)=10-4x$
 $2x-2=10-4x$
 $2x+4x=10+2$
 $6x=12$
 $x=2$
 (2) $4-7(x+3)=13-2x$
 $4-7x-21=13-2x$
 $-7x+2x=13-4+21$
 $-5x=30$
 $x=-6$

계수에 소수가 있는 일차방정식은 양변에 10, 100, 1000, ... 중 알맞은 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀 수 있다.

예제 3 일차방정식 $0.2x+1.5=1.2-0.1x$ 를 푸시오.

풀이 양변에 10을 곱하면 $(0.2x+1.5) \times 10=(1.2-0.1x) \times 10$
 괄호를 풀면 $2x+15=12-x$
 15 와 $-x$ 를 각각 이항하면 $2x+x=12-15$
 양변을 정리하면 $3x=-3$
 양변을 3으로 나누면 $\frac{3x}{3}=\frac{-3}{3}$
 따라서 $x=-1$

확인
 $x=-1$ 을 양변에 대입하면
 (좌변) $=0.2 \times (-1)+1.5=1.3$
 (우변) $=1.2-0.1 \times (-1)=1.3$
 따라서 -1 은 해이다.

답 $x=-1$

4 괄호가 있는 일차방정식은 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 풀 후 이항하여 풀 수 있게 하고, 구한 해를 처음 방정식에 대입하여 등식이 성립하는지 확인하도록 지도한다.

5 $3x-3=5x-9$ 에서 $3x$ 와 -9 를 이항하여 $-3+9=5x-3x$ 와 같이 나타내면 $6=2x$ 가 된다. 이와 같이 상황에 따라 (수) $=x$ 의 꼴로 나타낼 수도 있다.

6 **오개념 지도 방법**
 괄호를 풀 때는 괄호 앞의 부호에 주의하고 분배법칙을 이용한다.
 $-7(x+3)=-7x+3$ 과 같이 풀지 않도록 주의시킨다.

읽기 자료

기원전 1650년경에 쓰여진 것으로 추정되는 《린드 파피루스》에 실려 있는 가장 오래된 방정식 문제의 풀이 방법은 오늘날 '가정법'이라 불리는 방법으로 현대의 풀이 방법과 차이가 있다.

문제: 아하와 아하의 $\frac{1}{7}$ 의 합은 19이다.
 풀이: $x=7$ 이라고 하면 $x+\frac{1}{7}x=8$ 이다.
 $19=8+8+2+1$ 이므로 19는 8의 2배, $\frac{1}{4}$ 배, $\frac{1}{8}$ 배를 더한 것이다.
 즉, $19=8 \times 2+8 \times \frac{1}{4}+8 \times \frac{1}{8}$ 이다.
 따라서 구하는 해는 7의 2배, $\frac{1}{4}$ 배, $\frac{1}{8}$ 배를 더한 것이므로
 $x=7 \times 2+7 \times \frac{1}{4}+7 \times \frac{1}{8}=\frac{133}{8}$

이렇게 가정법을 이용하여 일차방정식의 해를 구하는 과정은 문제마다 다른 수를 가정하여 수를 맞추는 과정을 거쳤기 때문에 일반적인 풀이 방법을 생각해 내기 어려웠다.

[출처: 윤선영, <방정식의 수학적 해법을 적용한 교수·학습법 연구>]

1 계수가 정수가 아닌 일차방정식의 풀이는 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀 수 있음을 설명하지만 반드시 이 방법으로 풀어야 함을 강조하지 않는다.

오개념 지도 방법

등식의 양변에 알맞은 수를 곱하여 계수를 정수로 고칠 때, 상수항이나 계수가 정수인 항에도 그 수를 곱해야 함을 주의하게 한다.

예를 들어 $0.6x - 1 = 0.8x - 2.8$ 의 양변에 10을 곱할 때 $6x - 1 = 8x - 28$ 로 계산하지 않고 모든 항에 같은 수를 곱해야 함을 강조하여 지도한다.

2 오개념 지도 방법

계수가 분수인 경우 모든 항에 분모의 최소공배수를 곱할 때는 분배법칙을 적용하여 모든 항에 곱해야 함을 강조하여 지도한다.

예를 들어 $\frac{x}{6} + 1 = \frac{x+3}{8}$ 의 양변에 24를 곱할 때 $4x + 1 = 3x + 3$ 과 같이 풀지 않도록 지도한다.

$$24 \times \left(\frac{x}{6} + 1\right) = 24 \times \frac{x+3}{8}$$

$4x + 24 = 3x + 9$ 와 같이 풀 수 있도록 지도한다.

3 계수가 분수인 일차방정식을 풀 때, 주어진 계수를 통분하여 풀거나 계수를 정수로 고친 다음 풀어도 같은 결과가 나오는 것을 확인하게 한다. 또, 더 편리한 풀이 방법을 스스로 결정하고 그 이유를 논리적으로 설명할 수 있도록 지도한다.

1 문제 5 다음 일차방정식을 푸시오.

- (1) $0.6x - 1 = 0.8x - 2.8$ (2) $-0.06x + 0.14 = 0.2 + 0.02x$

평가의 주안점 계수에 소수가 있는 일차방정식은 양변에 적당한 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친 후 그 해를 구할 수 있게 한다.

풀이 (1) $6x - 10 = 8x - 28, -2x = -18, x = 9$

(2) $-6x + 14 = 20 + 2x, -8x = 6, x = -\frac{3}{4}$

계수에 분수가 있는 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀 수 있다.

예제 4 일차방정식 $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}x = \frac{1}{2}x$ 를 푸시오.

풀이 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}x\right) \times 6 = \frac{1}{2}x \times 6$$

괄호를 풀면	$4 - x = 3x$
4와 3x를 각각 이항하면	$-x - 3x = -4$
양변을 정리하면	$-4x = -4$
양변을 -4로 나누면	$\frac{-4x}{-4} = \frac{-4}{-4}$
따라서	$x = 1$

확인

$x=1$ 을 양변에 대입하면
 (좌변) $= \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \times 1 = \frac{1}{2}$
 (우변) $= \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$
 따라서 1은 해이다.

답 $x=1$

문제 6 다음 일차방정식을 푸시오.

- (1) $\frac{3}{4}x - 2 = -x + \frac{3}{2}$ **2** (2) $\frac{x}{6} + 1 = \frac{x+3}{8}$

평가의 주안점 계수에 분수가 있는 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친 후 그 해를 구할 수 있게 한다.

풀이 (1) $3x - 8 = -4x + 6, 7x = 14, x = 2$

(2) $4x + 24 = 3(x+3), 4x + 24 = 3x + 9, x = -15$

핵심 역량 의사소통

3 $\frac{2x+1}{6} - \frac{x-1}{4} = 1$ 을 다음 두 가지 방법으로 풀어 보고, 둘 중 더 편리하다고 생각되는 방법과 그 이유를 말하여 보자.

<p>방법 1 분모를 통분하면</p>	<p>방법 2 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면</p>
---------------------------------	--

<p>예시 방법 1 $\frac{2(2x+1)}{12} - \frac{3(x-1)}{12} = 1$</p> $\frac{4}{12}x - \frac{3}{12}x = 1 - \frac{2}{12} - \frac{3}{12}$ $\frac{1}{12}x = \frac{7}{12}$ $x = 7$	<p>방법 2 $\left(\frac{2x+1}{6} - \frac{x-1}{4}\right) \times 12 = 1 \times 12$</p> $2(2x+1) - 3(x-1) = 12$ $4x + 2 - 3x + 3 = 12$ $x = 7$
--	--

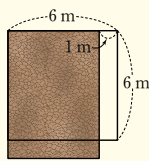
방법 1을 선택한 경우: **방법 2**는 등식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱해야 하지만 좌변에만 곱하는 실수를 많이 하기 때문에 **방법 1**이 더 편리하다.

방법 2를 선택한 경우: **방법 1**은 통분하는 과정에서 식과 계산이 복잡해져 오류가 생길 가능성이 높기 때문에 **방법 2**가 더 편리하다.

3 일치방정식은 어떻게 활용할까?



한 변의 길이가 6 m인 정사각형 모양의 땅이 있다. 가로 길이를 1 m 줄이고 세로의 길이를 적당히 늘여서 처음 정사각형의 넓이와 같은 직사각형 모양의 땅을 만들었다. 이때 세로의 길이를 얼마나 늘이면 될지 생각하여 보자.



여러 가지 실생활 문제를 해결할 때는 주어진 수량 사이의 관계를 일치방정식으로 나타내어 풀 수 있다.

생각 깨우기 를 다음과 같은 순서로 해결하여 보자.

문제 이해하기 문제의 뜻을 이해하고, 상황에 맞게 미지수를 정한다.

늘어난 세로의 길이를 x m라고 하자.

해결 계획 세우기 주어진 조건을 이용하여 수량 사이의 관계를 찾아 방정식을 세운다.

처음 정사각형의 넓이는 36 m^2 이고, 바뀐 직사각형의 가로 길이는 5 m, 세로의 길이는 $(6+x)$ m이므로 바뀐 직사각형의 넓이는 $5(6+x) \text{ m}^2$ 이다.

(처음 정사각형의 넓이) = (바뀐 직사각형의 넓이)이므로 주어진 조건에 따라 방정식으로 나타내면 $36=5(6+x)$ 이다.

계획 실행하기 방정식을 푼다.

이 방정식을 풀면

$$\begin{aligned} 36 &= 5(6+x) \\ 36 &= 30+5x \\ -5x &= -6 \\ x &= 1.2 \end{aligned}$$

따라서 늘어난 세로의 길이는 1.2 m이다.

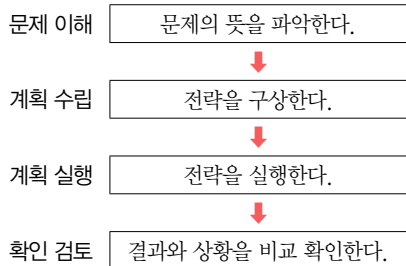
확인하기 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

바뀐 직사각형의 가로 길이는 5 m, 세로의 길이는 7.2 m이므로 직사각형의 넓이 $5 \times 7.2 = 36(\text{m}^2)$ 는 처음 정사각형의 넓이 36 m^2 와 같다.

참고 자료

문제 해결 전략

일상에서 접하는 문제를 수학적으로 모델링하고, 수학적 전략 또는 기술을 통하여 계산을 수행해 얻은 결과를 다시 상황에 맞게 조정하는 과정을 문제 해결 (problem solving)이라고 한다. 이는 폴리아(Pólya, G., 1887~1985)의 《어떻게 문제를 풀 것인가?(How to solve it?)》라는 책에 소개되어 있으며, 그 흐름은 다음과 같다.



[출처: G. 폴리아, 우정호 역, 《어떻게 문제를 풀 것인가?》]



생각 깨우기

지도 방법

일반적으로 문제를 해결할 때는 교과서에 제시된 순서로 풀어야 하는 것은 아니지만 문제를 푸는 순서를 단계적으로 생각할 수 있도록 지도한다.

- ① 문제를 통하여 알고 있는 것과 구하려고 하는 것을 분명히 구분하여 미지수 x 를 정한다.
- ② 방정식을 활용하여 문제를 해결할 때 학생들이 어렵게 생각하는 것은 '식을 어떻게 세워야 하느냐?'이다. 수량 사이의 관계를 방정식으로 나타낼 때는 주어진 조건에서 같은 두 수량을 찾아 각각 식으로 나타내고, 등호를 사용하여 방정식을 세우도록 지도한다.
- ③ 방정식을 풀어 x 의 값을 구한다.
- ④ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인하게 한다.

추가 문제

+중 수를 정사각형 모양으로 나열하여 가로, 세로, 대각선에 있는 수의 합이 모두 같아지게 한 것을 마방진이라고 한다. 다음 마방진은 가로, 세로, 대각선에 있는 수의 합이 모두 15로 같다고 한다. 이때 x 의 값을 구하고, 1부터 9까지의 수를 한 번씩만 사용하여 나머지 빈칸을 채우시오.

$4x$		
	$3x-1$	
		x

답: $x=2$

8	1	6
3	5	7
4	9	2

1 수준별 지도 방법

+하 일차방정식의 활용 문제에 서 하수준 학생들이 가장 어려워하는 것은 문제에 주어진 조건을 이용하여 방정식을 세우는 과정이다. 따라서 쉬운 문제를 많이 제시하여 학생들이 충분히 연습할 수 있도록 한다. 이때 표나 그림 등을 이용하여 단계별로 미지수를 정하고 방정식을 세워서 풀 수 있도록 지도한다. 주어진 문장이 긴 경우, 영어 문장을 해석하듯이 문장을 끊어 가면서 식을 세우는 것도 좋은 방법이다.

+상 문제의 조건을 변형하여 문제에서 묻는 것과 다른 것을 미지수로 정하여 풀 수 있는 방정식을 제시하거나 학생들이 직접 문제를 만들어 보도록 한다.

2 연속하는 세 자연수의 합이 주어졌을 때, 구하고자 하는 것이 가장 작은 수이므로 가장 작은 수를 미지수 x 로 놓고 방정식을 세워도 되지만, 가운데 수를 x 로 놓으면 계산이 간편해지므로 가운데 수를 x 로 놓아도 된다. 즉, 가운데 수를 x 로 놓으면 세 수는 $x-1$, x , $x+1$ 이므로 세 수의 합은 $x-1+x+x+1=3x$ 이다. 단, x 의 값이 구하고자 하는 값이 아니므로 답을 구한 후 문제의 뜻에 맞는지 반드시 확인하는 과정을 거쳐야 한다.

1

예제 5 유정이는 가격이 같은 케이크 3조각과 한 개에 2000원인 음료수 2잔을 사고 14500원을 지불하였다. 케이크 한 조각의 가격을 구하시오.



풀이 문제 이해하기

케이크 한 조각의 가격을 x 원이라고 하자.

해결 계획 세우기

케이크 3조각의 가격이 $3x$ 원, 음료수 2잔의 가격이 4000원이므로

$$3x + 4000 = 14500$$

계획 실행하기

이 방정식을 풀면

$$3x = 10500, \quad x = 3500$$

따라서 케이크 한 조각의 가격은 3500원이다.

확인하기

지불한 금액이 $3 \times 3500 + 4000 = 14500$ (원)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

답 3500원

2

문제 7 다음은 연속하는 세 자연수의 합이 63일 때, 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

문제 이해하기

가장 작은 수를 x 라고 하면 가운데 수는 □이고, 가장 큰 수는 □이다.

해결 계획 세우기

연속하는 세 자연수의 합이 63이므로

$$x + (\square) + (\square) = 63$$

계획 실행하기

이 방정식을 풀면

$$3x = \square, \quad x = \square$$

따라서 가장 작은 수는 □이다.

확인하기

세 수가 □, □, □이고, □ + □ + □ = 63이므로 문제의 뜻에 맞는다.

평가의 주안점 일차방정식을 활용하여 세 자연수의 합이 주어졌을 때, 가장 작은 자연수를 구할 수 있게 한다.

풀이 **문제 이해하기** 가장 작은 수를 x 라고 하면 가운데 수는 $x+1$ 이고, 가장 큰 수는 $x+2$ 이다.

해결 계획 세우기 연속하는 세 자연수의 합이 63이므로

$$x + (x+1) + (x+2) = 63$$

계획 실행하기 이 방정식을 풀면

$$3x = 60, \quad x = 20$$

따라서 가장 작은 수는 20이다.

확인하기 세 수가 20, 21, 22이고, $20 + 21 + 22 = 63$ 이므로 문제의 뜻에 맞는다.



3

예제 6 연우가 공원 안의 두 지점 A, B를 왕복하는데 A지점에서 B지점까지 갈 때는 시속 3 km로 걷고, B지점에서 A지점까지 갈 때는 시속 4 km로 걸어 총 70분이 걸렸다. 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하시오.

풀이 두 지점 A, B 사이의 거리를 x km라고 하면, A지점에서 B지점까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{3}$ 시간, B지점에서 A지점까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{4}$ 시간이다.

왕복하는 데 걸린 시간은 70분, 즉 $\frac{7}{6}$ 시간이므로

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{7}{6}, \quad 4x + 3x = 14$$

$$7x = 14, \quad x = 2$$

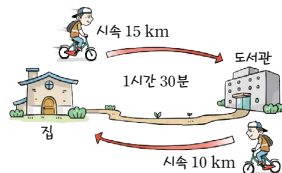
따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 2 km이다.

연우가 A지점에서 B지점까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{2}{3}$ 시간(40분)이고,

B지점에서 A지점까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{1}{2}$ 시간(30분)이므로 왕복하는 데 70분이 걸렸고 문제의 뜻에 맞는다.

답 2 km

문제 8 민준이가 집에서 도서관까지 자전거를 타고 왕복하는 데 갈 때는 시속 15 km로 달리고, 올 때는 시속 10 km로 달려서 총 1시간 30분이 걸렸다. 집에서 도서관 사이의 거리를 구하시오.



평가의 주안점 일차방정식을 활용하여 시간, 거리, 속력이 주어졌을 때, 주어진 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 집에서 도서관까지의 거리를 x km라고 하면 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{15}$ 시간, 올 때 걸린 시간은 $\frac{x}{10}$ 시간이다. 왕복하는 데 걸린 시간은 1시간 30분, 즉 $\frac{3}{2}$ 시간이므로

$$\frac{x}{15} + \frac{x}{10} = \frac{3}{2}, \quad 2x + 3x = 45, \quad x = 9$$

따라서 집에서 도서관까지의 거리는 9 km이다.

갈 때 걸린 시간은 $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ 시간(36분)이고, 올 때 걸린 시간은 $\frac{9}{10}$ 시간(54분)이다.

모두 1시간 30분(90분)이 걸렸으므로 문제의 뜻에 맞는다.

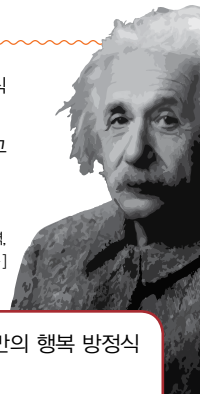
핵심 역량 태도 및 실천

아인슈타인(Einstein, A., 1879~1955)은 인생의 성공 방정식을 $S = X + Y + Z$ 라고 하였다고 한다.

S는 성공, X는 열심히 일하는 것, Y는 인생을 즐기는 것, Z는 고요히 침묵하는 시간이다.

나만의 행복 방정식을 만들어 보자.

[출처: 다니엘 스미스, 허수빈 역, <아인슈타인: 우리가 천재라고 부르는 세기의 지성인!>]



평가의 주안점 일상생활에서 방정식이란 용어를 사용하는 예를 참고하여 나만의 행복 방정식을 만들 수 있게 한다.

예시 $H = Z(X + Y)$

H는 행복, X는 좋은 친구, Y는 맛있는 음식, Z는 건강

3 실생활에 많이 쓰이는 일차방정식을 활용한 관계식

① (속력) = $\frac{\text{거리}}{\text{시간}}$

(시간) = $\frac{\text{거리}}{\text{속력}}$

(거리) = (속력) × (시간)

② 연속하는 두 자연수: $x-1, x$ 또는 $x, x+1$

③ 연속하는 세 자연수: $x-1, x, x+1$ 또는 $x, x+1, x+2$ 또는 $x-2, x-1, x$

④ 연속하는 두 짝수(홀수) $x, x+2$ 또는 $x-2, x$

⑤ A의 $x\%$ 증가:

$$A + A \times \frac{x}{100} = A \left(1 + \frac{x}{100} \right)$$

⑥ A의 $x\%$ 감소:

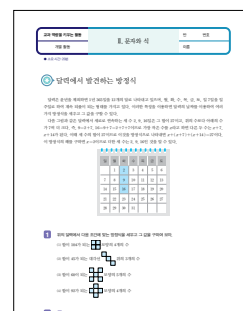
$$A - A \times \frac{x}{100} = A \left(1 - \frac{x}{100} \right)$$

핵심 역량 태도 및 실천 지도 방법

실생활에서 수학에서뿐만 아니라 다양한 상황에서 방정식이란 용어를 사용하는 경우가 많다. 아인슈타인의 성공 방정식과 비슷한 나만의 행복 방정식 만들기 활동을 통하여 방정식에 대하여 친근하게 느낄 수 있도록 지도한다.

부록 링크

부록 357쪽의 활동 자료 '달력에서 발견하는 방정식'을 통하여 문제 상황을 방정식으로 나타내는 연습을 할 수 있다.





창의력을 키우는 활동

지도 방법

탄소 발자국은 사람의 활동이나 상품을 생산, 소비하는 전 과정을 통하여 직간접적으로 배출되는 온실가스, 특히 이산화탄소(CO₂)의 총량을 말한다.

우리가 생활하면서 만들어내는 탄소 발자국의 양을 직접 계산해 보고 이산화탄소의 발생량을 줄이는 방법을 고민해 보는 활동을 통하여 작은 실천으로 환경 문제에 동참할 수 있는 기회가 될 수 있도록 지도한다.

이산화탄소의 양을 줄일 수 있는 방법들 관련 누리집에 있는 여러 가지 자료를 활용할 수 있도록 안내한다.

- 1 예시** (1) 컴퓨터 절전 프로그램 사용하기, 텔레비전 사용 시간 1시간 줄이기 등
- (2) 컴퓨터 절전 프로그램 사용과 텔레비전 사용 시간 1시간 줄이기로 각각 연간 17.7 kg과 7.9 kg의 이산화탄소 발생량을 줄일 수 있다.
따라서 연간 17.7 + 7.9 = 25.6(kg)의 이산화탄소 발생량을 줄일 수 있다.
- (3) 25.6 ÷ 2.7은 약 9.48로 10그루의 소나무를 심은 것과 같다.
- (4) 사용하지 않는 전자 제품의 플러그를 뽑아 둔다.

참고 자료

한국기후·환경네트워크 누리집(<http://www.kcen.kr>)에 들어가면 온실가스 1인 1톤 줄이기 운동, 탄소 발자국 기록장 등 작은 실천으로 환경을 보호하는데 기여할 수 있는 많은 방법이 소개되어 있다.



창의력을 키우는 활동

소요 시간 20분

개별 활동

우리 집 탄소 발자국을 줄이자

2015년 12월 12일 전 세계 190여 개국은 '파리협정'을 체결하고 온실가스를 줄이기 위하여 노력하기로 합의하였다. 이는 온실가스가 대기로 들어가면서 지구 온난화가 진행되어 지구 환경에 악영향을 끼치고 있기 때문이다.

우리도 생활하면서 직접적 또는 간접적으로 많은 온실가스(특히 이산화탄소 CO₂)를 만들어내고 있다. 탄소 발자국은 인간이 걸을 때 발자국을 남기듯이 인간의 활동을 통하여 발생하는 온실가스의 총량을 발자국으로 상징화하여 나타낸 이름이다. 우리 집이 일상생활에서 남기는 탄소 발자국의 크기를 계산하여 보고, 이를 줄이도록 노력하여 지구 온난화의 피해를 줄이는 데 기여하여 보자.

1 다음은 가정에서 발생하는 이산화탄소 발생량을 계산하는 방법이다. 물음에 답하여 보자.

$$\begin{aligned} \text{전기로 인한 이산화탄소 발생량(kg)} &= \text{전기 사용량(kWh)} \times 0.424 \\ \text{물로 인한 이산화탄소 발생량(kg)} &= \text{물 사용량(m}^3\text{)} \times 0.33 \end{aligned}$$



- (1) 최주네 가족의 연간 전기 사용량은 3700 kWh이고 물 사용량은 200 m³라고 할 때, 최주네 집에서 전기와 물의 사용으로 발생한 이산화탄소의 양을 계산하여 보자.
- (2) 20년생 소나무 한 그루당 이산화탄소 흡수량은 연간 2.7 kg이라고 한다. (1)에서 발생한 이산화탄소를 완전히 없애기 위해서는 20년생 소나무가 몇 그루 필요한지 계산하여 보자.

1

2 지구 온난화에 대하여 좀 더 알아보고, 다음 조건에 따라 보고서를 작성하여 보자.

- 이산화탄소 발생량을 줄일 수 있는 방법을 조사한다.
- 탄소 발자국과 관련된 누리집을 참고하여 내가 실천한 활동으로 인하여 줄어든 이산화탄소의 양을 계산한다.
- 줄어든 이산화탄소의 양은 소나무 몇 그루를 심은 것과 같은 효과가 있는지 계산한다.
- 앞으로 지속적으로 실천할 목표를 정하고 실천한다.

[출처: 한국기후·환경네트워크, 2016]

풀이 1 (1) 전기: 3700 × 0.424 = 1568.8(kg), 물: 200 × 0.33 = 66(kg)
따라서 1568.8 + 66 = 1634.8(kg)
(2) 1634.8 ÷ 2.7은 약 605.48로 606그루의 소나무를 심어야 한다.

● **평가 개요 예시**

교과 역량	평가 내용
문제 해결	문제의 뜻을 이해하고 주어진 식에 값을 대입하여 답을 구하였는가?
	발생한 이산화탄소의 양을 줄이기 위해서는 몇 그루의 나무를 심어야 하는지 구하였는가?
창의·융합	이산화탄소의 발생량을 줄일 수 있는 다양한 방법을 조사하였는가?
태도 및 실천	환경 문제에 관심을 가지고 이산화탄소의 발생량을 줄이기 위하여 지속적으로 노력하였는가?

● **학교 생활기록부 예시**

기재 예시	관련 교과 역량
주어진 식에 값을 대입하여 이산화탄소 발생량을 계산해 낼 수 있으며, 내가 배출한 이산화탄소의 발생을 줄이기 위해서는 몇 그루의 소나무를 심어야 하는지 계산해 낼 수 있음.	문제 해결
생활 속에서 이산화탄소의 양을 줄일 수 있는 다양한 방법을 조사하고, 그중에서 내가 지속적으로 실천할 수 있는 목표를 찾아낼 수 있음.	창의·융합
환경 문제에 관심을 가지고 이산화탄소의 양을 줄이기 위해 정한 목표를 지속적으로 실천하도록 노력함.	태도 및 실천



스스로 하는 중단원 마무리



기초 문제

1 다음 중 등식의 성질을 이용하여 옳은 것은 ○를, 틀린 것은 ×를 하시오.

- (1) $a-2=b-2$ 이면 $a=b$ 이다. ()
- (2) $a=b+1$ 이면 $2a=2b+1$ 이다. ()
- (3) $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$ 이면 $2a=3b$ 이다. ()
- (4) $-a=3b$ 이면 $2a=-6b$ 이다. ()

풀이 (1) ○

(2) ×

$$a=b+1 \text{ 이면 } 2a=2b+2 \text{ 이다.}$$

(3) ×

$$\frac{a}{2}=\frac{b}{3} \text{ 이면 } 3a=2b \text{ 이다.}$$

(4) ○

2 다음 보기 중 일차방정식을 모두 고르시오.

<보기>

ㄱ. $3x-5=-5+3x$

ㄴ. $x^2+4x=1-x+x^2$

ㄷ. $-2+3x^2=7+4x^2$

ㄹ. $5x-8x+1=0$

풀이 ㄱ. $3x-5+5-3x=0, 0=0 \rightarrow$ 일차방정식이 아니다.

ㄴ. $x^2+4x-1+x-x^2=0, 5x-1=0 \rightarrow$ 일차방정식이다.

ㄷ. $-2+3x^2-7-4x^2=0, -x^2-9=0 \rightarrow$ 일차방정식이 아니다.

ㄹ. $-3x+1=0 \rightarrow$ 일차방정식이다.

따라서 일차방정식은 ㄴ, ㄹ이다.

3 다음 등식에서 밑줄 친 항을 이항하시오.

(1) $x-1=3$

(2) $2x-1-7x=6$

(3) $-x+4=-5x-3$

풀이 (1) $x=3+1$

(2) $2x-7x=6+1$

(3) $-x+5x=-3-4$

4 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $\frac{2}{3}x=4$

(2) $8x-5=-29$

(3) $7x-11=3x+5$

(4) $\frac{x}{3}-1=5$

풀이 (1) $x=6$

(2) $8x=-24, x=-3$

(3) $4x=16, x=4$

(4) $\frac{x}{3}=6, x=18$

기본 문제

5 x 에 대한 다음 두 일차방정식의 해가 서로 같을 때, a 의 값을 구하시오.

$$3x+6=5+2x, \quad -5x+2a=-11$$

풀이 $3x+6=5+2x$ 에서 $x=-1$

$-5x+2a=-11$ 에 $x=-1$ 을 대입하면

$$-5 \times (-1) + 2a = -11, 2a = -16, a = -8$$

6 다음은 일차방정식 $\frac{x}{6}-3=x-\frac{1}{2}$ 을 푸는 방법을 설명한 것이다. 바르게 설명한 학생을 고르시오.

수영: 주어진 방정식의 양변에 12를 곱하여

$$2x-3=x-6 \text{ 을 만들었어.}$$

민지: 수영이가 만든 식을 이항하여 정리하면 $x=-3$ 이네.

수민: 주어진 방정식을 이항하여 $\frac{x}{6}+x=-\frac{1}{2}-3$ 을 만들었어.

민수: 수민이가 만든 식을 정리하면 $\frac{7}{6}x=-\frac{7}{2}$ 이야.

이 식의 양변에 $\frac{7}{6}$ 을 곱하면 $x=-3$ 이 되지?

풀이 수영: $\frac{x}{6}-3=x-\frac{1}{2}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$2x-36=12x-6$$

민지: $2x-3=x-6$ 을 이항하여 정리하면 $x=-3$

수민: $\frac{x}{6}-3=x-\frac{1}{2}$ 을 이항하면 $\frac{x}{6}-x=-\frac{1}{2}+3$

민수: $\frac{7}{6}x=-\frac{7}{2}$ 의 양변에 $\frac{6}{7}$ 을 곱하면 $x=-3$

따라서 바르게 설명한 학생은 민지이다.



7 다음 일차방정식을 푸시오.

(1) $6(x+4)=7(x-2)-1$

(2) $4.3x-0.8=1.8x+4.2$

(3) $2-3x=\frac{3-x}{2}+3$

(4) $\frac{3x-11}{5}+\frac{2x+1}{6}=-\frac{4}{3}$

풀이 (1) $6(x+4)=7(x-2)-1$

$$6x+24=7x-14-1$$

$$-x=-39$$

$$x=39$$

(2) $4.3x-0.8=1.8x+4.2$

$$43x-8=18x+42$$

$$25x=50$$

$$x=2$$

(3) $2-3x=\frac{3-x}{2}+3$

$$4-6x=3-x+6$$

$$-5x=5$$

$$x=-1$$

(4) $\frac{3x-11}{5}+\frac{2x+1}{6}=-\frac{4}{3}$

$$18x-66+10x+5=-40$$

$$28x=21$$

$$x=\frac{3}{4}$$

8 한 변의 길이가 $2x-1$ 인 정사각형을 다음 그림과 같이 붙여 나갈 때, 아홉 번째 도형의 둘레의 길이가 252이다. 이때 x 의 값을 구하시오.



첫번째



두번째



세번째

풀이 첫 번째 도형의 둘레의 길이는 $4 \times (2x-1)$

두 번째 도형의 둘레의 길이는 $4 \times 2 \times (2x-1)$

세 번째 도형의 둘레의 길이는 $4 \times 3 \times (2x-1)$

이므로

아홉 번째 도형의 둘레의 길이는 $4 \times 9 \times (2x-1)$ 이다.

따라서 $4 \times 9 \times (2x-1)=252$

$$2x=8, \quad x=4$$

9 현재 형과 동생의 예금액은 각각 25000원과 9000원이다. 형은 매달 2000원, 동생은 매달 1500원씩 저금한다면 형의 예금액이 동생의 예금액의 두 배가 되는 것은 몇 개월 후인지 구하시오.
(단, 이자는 생각하지 않는다.)



풀이 x 개월 후에 형의 예금액이 동생의 예금액의 두 배가 된다고 하면

$$25000+2000x=2(9000+1500x)$$

$$-1000x=-7000, \quad x=7$$

따라서 **7개월** 후에 형의 예금액이 동생의 예금액의 두 배가 된다.

실력 문제

10 x 에 대한 일차방정식 $1-ax=2(x+b+4)$ 의 해가 $x=-5$ 일 때, $4b-10a$ 의 값을 구하시오.

풀이 $x=-5$ 를 $1-ax=2(x+b+4)$ 에 대입하면

$$1-a \times (-5)=2(-5+b+4)$$

$$2b-5a=3$$

따라서 $4b-10a=2(2b-5a)=2 \times 3=6$

11 어느 중학교의 작년 1학년 학생 수는 400명이었다. 그런데 올해는 작년에 비하여 남학생 수는 3% 줄었고, 여학생 수는 5% 늘어서 전체 학생 수가 4명 늘었다. 올해 1학년의 여학생 수를 구하시오.

풀이 작년 1학년 남학생 수를 x 명이라고 하면 작년 1학년 여학생 수는 $(400-x)$ 명이므로

$$x \times \left(-\frac{3}{100}\right) + (400-x) \times \frac{5}{100} = 4$$

$$-8x = -1600, \quad x = 200$$

즉, 작년 1학년 여학생 수는 $400-200=200$ (명)이다.

따라서 올해 1학년 여학생 수는

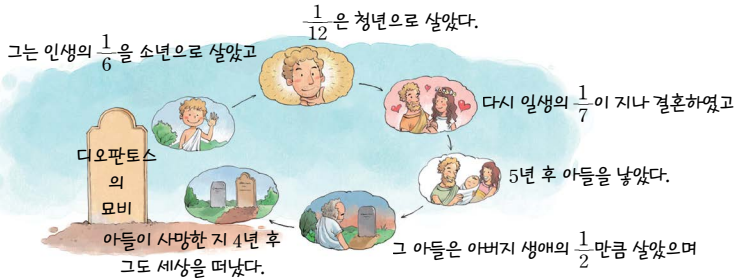
$$200 \times 1.05 = 210(\text{명})$$

부록 링크 부록 416쪽의 중단원 수준별 문제를 통하여 학생들의 실력을 점검할 수 있도록 지도한다.



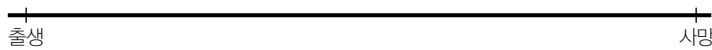
과정 중심 평가

고대 그리스의 수학자인 디오판토스는 문자와 기호를 도입하는데 큰 공헌을 하였다. 그가 태어난 연도와 사망한 연도를 정확하게는 알 수 없지만 《그리스 명시선집(Greek Anthology)》에는 디오판토스의 일생을 짐작할 수 있는 다음과 같은 글이 실려 있다. 이 내용이 역사적으로 정확하다고 할 때, 디오판토스는 몇 살까지 살았는지 구하시오.



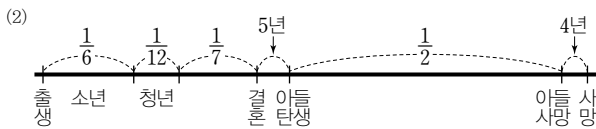
[출처: 조엘 레비, 오혜정 역, 《BIG QUESTIONS: 사진으로 이해하는 수학의 모든 것》]

- (1) 구하고자 하는 것은 무엇인가?
- (2) 디오판토스의 일생을 다음 직선에 나타내시오.



- (3) 방정식으로 나타내시오.
- (4) 방정식을 풀고 구한 해가 맞는지 확인하시오.
- (5) 자신의 일생을 계획하여 위의 그림과 같은 문제 만들고 푸시오.

(1) 디오판토스가 일생을 마친 나이



(3) $\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x$

(4) $14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x, \quad -9x = -756, \quad x = 84$

확인: (3)의 좌변과 우변에 $x=84$ 를 대입하면 방정식이 참이 되므로 84는 해이다.

● 평가 기준표

평가 기준(총 10점)		배점
문제 해결 (2점)	문제 상황을 그림으로 나타내고 해결 전략을 탐색하였다.	2점
	구하고자 하는 것을 미지수로 나타내었다.	1점
	문제를 이해하지 못하였다.	0점
의사소통 (2점)	문제 상황을 일차방정식으로 나타내었다.	2점
	문제 상황을 일차방정식으로 나타내지 못하였다.	0점
추론 (2점)	일차방정식의 해를 구하고, 구한 해가 문제에 적합한 해인지 판단할 수 있다.	2점
	일차방정식의 해를 구하지 못하였다.	0점
창의·융합 (3점)	자신의 일생을 계획하고 문제를 정확하게 만들 수 있다.	3점
	자신의 일생을 계획하고 문제를 만들었으나 문제에 오류가 있다.	2점
	자신의 일생을 계획하지 못하였다.	0점
태도 및 실천 (1점)	자주적으로 과제 해결 및 평가에 참여하였다.	1점
	과제 해결 및 평가에 참여하지 않았다.	0점

지도 방법

문제 해결 능력을 평가하기 위한 문제로 구하고자 하는 것을 미지수로 정하여 주어진 조건에 따라 방정식을 세우고, 그 방정식의 해를 구하는 과정을 평가할 수 있다. 특히 자신의 일생을 계획하여 문제를 만들어 보는 활동을 통하여 문제에 대한 이해를 정확하게 할 수 있도록 지도한다.

● 평가 기준 역량별 설명

• 문제 해결

(1), (2)는 구하고자 하는 것인 디오판토스가 일생을 마친 나이를 문자로 놓고, 문제 상황을 그림으로 나타낼 수 있는지를 판단하여 점수를 부여한다. (3)은 그림을 이용하여 방정식을 정확하게 세웠다면 점수를 부여하고, (4)는 적절한 방법으로 방정식의 해를 구하였다면 점수를 부여한다. 단, 방정식을 푸는 과정에서 오류가 나타났다면 오류가 나타나기 전까지의 과정 중 의미 있다고 생각되는 풀이에 부분 점수를 부여할 수 있다.

• 창의·융합

(5)는 자신의 일생을 고민해 보고 그 내용을 의미 있게 표현하였다면 그 자체만으로도 부분 점수를 부여하여 수학에 대한 자신감이 없는 학생들도 부분 점수를 받을 수 있도록 한다. 또한, 자신의 일생을 방정식으로 나타내었지만 방정식에 오류가 있는 경우에도 부분 점수를 부여하고 완벽한 방정식과 해가 나왔을 경우에만 정점으로 인정한다.

추가 문제

1 다음은 조선 말기 수학자 이명철의 저서 《산학통편》에 실려 있는 문제이다. 손님의 수와 방의 수를 구하시오.

이 씨가 경영하는 여관에 손님이 밀려왔다. 한 방에 7명씩 들어가면 7명이 남는다. 그런데 한 방에 9명씩 들어가면 방이 하나 남고, 다른 방에는 모두 9명씩 꽉 찬다.

풀이: 방의 수를 x 라고 하면

$$\begin{aligned} 7x+7 &= 9(x-1) \\ 7x+7 &= 9x-9 \\ -2x &= -16 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

따라서 방의 수는 8개, 사람 수는 63명이다.

2 다음은 세종대왕이 공부한 수학책 《산학계몽》에 실려 있는 문제이다. 문제의 답을 구하시오.

좋은 말은 하루에 240리를 달리고, 둔한 말은 하루에 150리를 달린다. 둔한 말이 12일을 먼저 달려갔을 때, 좋은 말은 달리기 시작한 지 며칠 만에 둔한 말을 따라잡을 수 있는가?

풀이: 좋은 말이 달리기 시작한 지 x 일 만에 둔한 말을 따라잡는다고 하면 둔한 말은 달린 지 $(12+x)$ 일이 되고, 두 말이 달린 거리는 같으므로

$$\begin{aligned} 240x &= 150(12+x) \\ 240x &= 1800+150x \\ 90x &= 1800 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

따라서 좋은 말이 달리기 시작한지 20일 만에 둔한 말을 따라 잡을 수 있다.

[출처: 김지혜, <중학교 교육과정에서 방정식의 수학사적 연구>]

이야기로 만나는 수학

역사 속 일차방정식

옛날 기록을 보면 일차방정식을 이용하여 해결할 수 있는 문제를 많이 접할 수 있다. 하지만 당시에는 지금과는 다른 방법으로 문제를 해결하였다. 다음 문제들을 다양한 방법으로 해결하여 보자.

1 다음은 인도의 수학자 바스카라(Bhaskara, A., 1114~1185 (1193?))가 쓴 수학책 《릴라티》에 나온 문제이다.

선녀같이 아름다운 눈동자의 아가씨여!
참새 몇 마리가 들판에서 놀고 있는데 두 마리가 더 날아왔습니다.
그리고 저 푸른 숲에서, 그것의 다섯 배가 되는 귀여운 참새 떼가 또 날아와서
함께 놀았어요. 저녁노을이 질 무렵, 열 마리의 참새는 숲으로 돌아가고
남은 참새 스무 마리는 말밭에 숨었대요.
처음 참새는 몇 마리였는지
내게 말해 주세요.

[출처: 박은경, <방정식 단원의 역사 발생적 분석 및 교육적 활용>]

2 다음은 조선 후기의 실학자인 황윤석(黃胤錫, 1729~1791)의 《이수신편(理數新編)》에 있는 <난법가(難法歌)> 중 한 문제이다.



만두 백 개에 스님이 백 명인데,
큰스님에게 세 개씩 나누어 주고,
작은 스님에게 세 사람당 한 개씩 나누어 준다면
큰스님은 몇 명이고,
작은 스님은 몇 명일까?
[출처: 김지혜, <중학교 교육과정에서 방정식의 수학사적 연구>]

큰스님이 x 명 있다고 하면 작은 스님은 $(100-x)$ 명 있으므로 다음이 성립한다.
 $3x + (100-x) \times \frac{1}{3} = 100$

풀이 1 처음 들판에 놓고 있는 참새를 x 마리라고 하면 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} x+2+5(x+2)-10 &= 20 \\ 6x+2 &= 20, \quad x=3 \end{aligned}$$

따라서 처음 참새는 3마리였다.

2 큰스님이 x 명 있다고 하면 작은 스님은 $(100-x)$ 명 있으므로 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} 3x+(100-x) \times \frac{1}{3} &= 100 \\ 8x &= 200, \quad x=25 \end{aligned}$$

따라서 큰스님은 25명, 작은 스님은 75명이다.



1 다음 중 문자를 사용하여 나타낸 식으로 옳지 않은 것은? [4점]

- ① 한 변의 길이가 a cm인 정사각형의 둘레의 길이 $\rightarrow 4a$ (cm)
- ② 한 시간에 y km의 속력으로 달릴 때 x 시간 동안 달린 거리 $\rightarrow xy$ (km)
- ③ 4개에 x 원 하는 배 한 개의 가격 $\rightarrow 4x$ (원)
- ④ 300원짜리 지우개를 x 개 사고 2000원을 냈을 때의 거스름돈 $\rightarrow 2000-300x$ (원)
- ⑤ 밑변의 길이가 a cm이고 높이가 h cm인 삼각형의 넓이 $\rightarrow \frac{1}{2}ah$ (cm²)

풀이 ③ $\frac{x}{4}$ (원)

2 다음 중 기호 \times, \div 를 생략하여 바르게 나타낸 것은?

[5점]

- ① $0.1 \times a = 0.1a$
- ② $a \times a \times a = 3a$
- ③ $a \div 2 \times b = \frac{a}{2b}$
- ④ $a - b \div 5 = \frac{a-b}{5}$
- ⑤ $x \times x \times x \times y = x^3y$

풀이 ① $0.1a$ ② a^3
③ $\frac{ab}{2}$ ④ $a - \frac{b}{5}$

3 $x = -2$ 일 때, 다음 식의 값 중 가장 큰 것은? [5점]

- ① $-x$ ③ $(-x)^2$
- ② $x+3$ ④ $-x^2+2$
- ⑤ $\frac{2}{x}+3$

풀이 ① $-x = -(-2) = 2$
② $(-x)^2 = \{-(-2)\}^2 = 2^2 = 4$
③ $x+3 = -2+3 = 1$
④ $-x^2+2 = -(-2)^2+2 = -4+2 = -2$
⑤ $\frac{2}{x}+3 = \frac{2}{-2}+3 = -1+3 = 2$

4 다음 중 다항식 $3x^2-4x+1$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [4점]

- ① 항은 모두 3개이다.
- ② x 의 계수는 4이다.
- ③ 상수항은 1이다.
- ④ 다항식의 차수는 2이다.
- ⑤ x^2 의 계수는 3이다.

풀이 ② x 의 계수는 -4 이다.

5 다음 보기 중 $-x$ 와 동류항을 모두 고른 것은? [4점]

<보기>

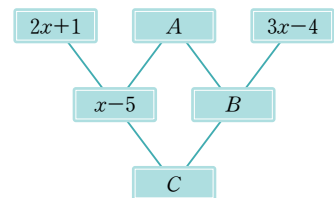
- ㉠. $2x$ ㉡. $-\frac{x}{3}$ ㉢. -5
- ㉣. $-2y$ ㉤. $2x^2$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉠, ㉤
- ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉤

풀이 $-x$ 와 동류항은 $2x, -\frac{x}{3}$ 이다.

6 다음 그림에서 안의 식은 바로 위 양 옆의 안의 수 또는 식의 합이다. 이때 $A+B+C$ 를 구하면?

[6점]



- ① $6x-19$ ③ $3x-15$
- ② $2x-10$ ④ $-x-6$

풀이 $(2x+1)+A=x-5$ 에서 $A=-x-6$
 $(-x-6)+(3x-4)=B$ 에서 $B=2x-10$
 $(x-5)+(2x-10)=C$ 에서 $C=3x-15$
따라서 $A+B+C = (-x-6)+(2x-10)+(3x-15) = 4x-31$

7 다음 중 일차방정식이 아닌 것은? [5점]

- ① $x+2=3x+1$ ② $4x+3=5$
 ③ $2x+1=1-2x$ ④ $x-3=-3+x$
 ⑤ $x^2+x=x^2+3$

풀이 ① $-2x+1=0$ 이므로 일차방정식이다.
 ② $4x-2=0$ 이므로 일차방정식이다.
 ③ $4x=0$ 이므로 일차방정식이다.
 ④ $0=0$ 이므로 일차방정식이 아니다.
 ⑤ $x-3=0$ 이므로 일차방정식이다.

8 다음은 등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 푸는 과정이다. (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수는? [5점]

$$2x-2=6$$

$$2x-2+\boxed{\text{가}}=6+\boxed{\text{가}}$$

$$2x=\boxed{\text{나}}$$

$$2x\times\boxed{\text{다}}=\boxed{\text{나}}\times\boxed{\text{다}}$$

$$x=\boxed{\text{라}}$$

- | | | | | |
|---|-----|-----|---------------|---------------|
| | (가) | (나) | (다) | (라) |
| ① | 1 | 4 | 2 | 4 |
| ② | 2 | 4 | 2 | $\frac{1}{4}$ |
| ③ | 2 | 8 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |
| ④ | 2 | 8 | $\frac{1}{2}$ | 4 |
| ⑤ | 2 | 8 | 2 | 4 |

풀이 (가) 2, (나) 8, (다) $\frac{1}{2}$, (라) 4

9 일차방정식 $3x-a=8-ax$ 의 해가 $x=-4$ 일 때, a 의 값은? [6점]

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ 1 ⑤ 3

풀이 $x=-4$ 를 $3x-a=8-ax$ 에 대입하면
 $3\times(-4)-a=8-a\times(-4)$
 $-5a=20, a=-4$

10 일차방정식 $2\{3-(4x+1)+5x\}=7x-6$ 의 해는? [6점]

- ① $x=-2$ ② $x=-1$ ③ $x=0$
 ④ $x=1$ ⑤ $x=2$

풀이 $2\{3-(4x+1)+5x\}=7x-6$
 $2(2+x)=7x-6$
 $-5x=-10, x=2$

11 어떤 일차식에서 $-2x+7$ 을 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $-5x+2$ 가 되었다. 이때 바르게 계산한 식은? [6점]

- ① $-x-5$ ② $-x+12$ ③ x
 ④ $-x-12$ ⑤ $x+5$

풀이 어떤 일차식을 A 라고 하면
 $A+(-2x+7)=-5x+2$
 $A=(-5x+2)-(-2x+7)=-3x-5$
 따라서 바르게 계산하면
 $(-3x-5)-(-2x+7)=-x-12$

12 길이가 72 cm인 철사를 구부려 직사각형을 만드는데 가로 길이와 세로 길이의 비를 2 : 1이 되도록 하려고 한다. 이 직사각형의 가로의 길이는? [6점]

- ① 20 cm ② 24 cm ③ 28 cm
 ④ 32 cm ⑤ 36 cm

풀이 가로의 길이를 $2x$ cm, 세로의 길이를 x cm라고 하면
 $2(2x+x)=72, 6x=72, x=12$
 따라서 직사각형의 가로의 길이는 $2\times 12=24$ (cm)이다.

13 다음 그림에서 가로, 세로, 대각선에 놓인 세 일차식의 합이 모두 같을 때, $A-B$ 를 구하시오. [9점]

$7x-1$	A	$3x-3$
$-3x-2$	x	$5x+2$
$-x+3$	$9x-4$	B

풀이 $(-3x-2)+x+(5x+2)=3x$
 $(7x-1)+A+(3x-3)=3x$ 이므로
 $A=3x-(7x-1)-(3x-3)=-7x+4$
 $(-x+3)+(9x-4)+B=3x$ 이므로
 $B=3x-(-x+3)-(9x-4)=-5x+1$
 따라서 $A-B=(-7x+4)-(-5x+1)=-2x+3$

14 올해 민호 아버지의 나이는 42살, 민호의 나이는 12살이다. 몇 년 후에 민호 아버지의 나이가 민호의 나이의 3배가 되는지 구하시오. [9점]

풀이 x 년 후에 민호 아버지의 나이가 민호의 나이의 3배가 된다고 하면
 $42+x=3(12+x), -2x=-6, x=3$
 따라서 3년 후에 민호 아버지의 나이가 민호의 나이의 3배가 된다.



15 **서술형** x 에 대한 일차방정식

$$4(5-2x)=a$$

의 해가 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [10점]

풀이 $4(5-2x)=a$ 에서
 $20-8x=a$
 $-8x=a-20$
 $x=\frac{20-a}{8}$ ㉠

이때 x 가 자연수이므로 $20-a$ 는 8의 배수가 되어야 한다.

$20-a=8$ 일 때 $-a=-12, a=12$

$20-a=16$ 일 때 $-a=-4, a=4$

$20-a=24$ 일 때 $-a=4, a=-4$

$20-a=32$ 일 때 $-a=12, a=-12$

⋮

그런데 a 가 자연수이므로 a 의 값은 4, 12이다. ㉡

따라서 모든 자연수 a 의 값의 합은

$4+12=16$ ㉢

채점 기준	배점
㉠ x 를 a 에 대한 식으로 나타내었다.	3점
㉡ a 의 값을 구하였다.	5점
㉢ a 의 값의 합을 구하였다.	2점

16 **서술형** 어떤 욕조에 물을 가득 채우려고 한다. 찬물이 나오는 수도꼭지를 틀면 20분 만에 욕조를 가득 채울 수 있고, 더운물이 나오는 수도꼭지를 틀면 30분 만에 욕조를 가득 채울 수 있다고 한다. 두 수도꼭지를 동시에 틀면 몇 분 만에 욕조가 가득차는지 구하시오. [10점]

풀이 욕조에 물이 가득 차는 양을 1로 놓으면 찬물, 더운물이 나오는 두 수도꼭지가 1분에 채우는 물의 양은 각각 $\frac{1}{20}, \frac{1}{30}$ 이다. ㉠

두 수도꼭지를 동시에 틀어 욕조를 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x 분이라고 하면

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30}\right)x = 1 \quad \dots\dots ㉡$$

$$\frac{1}{12}x = 1$$

$$x = 12$$

따라서 두 수도꼭지를 동시에 틀면 12분 만에 욕조가 가득 찬다. ㉢

채점 기준	배점
㉠ 1분에 채우는 물의 양을 각각 구하였다.	4점
㉡ 조건에 맞게 일차방정식을 세웠다.	4점
㉢ 일차방정식을 풀어 답을 구하였다.	2점



스스로 평가하기

학습 내용

- 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있는가?
- 식의 값을 구할 수 있는가?
- 일차식의 계산을 할 수 있는가?
- 방정식과 그 해의 의미를 알고, 등식의 성질을 알고 있는가?
- 일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?

학습 태도

- 수업 준비를 잘하였는가?
- 수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?
- 친구들과 협력하여 과제를 해결하였는가?
- 과제를 스스로 이해하고 해결하려고 노력하였는가?
- 틀린 문제는 그 이유를 알아보고 다시 풀어 보았는가?

느낀 점과 다짐

부록 링크 부록 457쪽의 대단원 마무리 문제를 통하여 학생들의 실력을 점검할 수 있도록 지도한다.



수학으로 세상을 건너다

지도 방법

나라 살림을 맡고 있는 정부에서는 필요한 돈을 마련하기 위하여 국민으로부터 법에 따라 일정한 돈을 걷게 되는데 이를 '세금'이라고 한다. 이러한 세금은 보통 직업을 가진 어른들만 낸다고 생각하는 경우가 많은데 사실은 물건을 사는 모든 국민들이 세금을 내고 있다는 사실을 이 활동을 통하여 이해할 수 있도록 한다. 또한, 세금에 대한 폭넓은 이해를 통하여 개인의 발전과 사회, 국가의 발전에도 기여할 수 있는 민주 시민으로서의 의식을 갖춘 인재로 성장할 수 있도록 지도한다.

● 연계한 타 과목 설명

세금은 사회 과목의 경제, 역사와 관련이 있는 내용으로 세금에 대한 자세한 설명은 나와 있지 않지만 역사적으로 세금이 국가와 백성에게 중요한 역할을 하였다 는 것이 언급되어 있다.

참고 자료

세금의 종류

세금의 종류는 크게 국가에 내는 '국세'와 지방 자치 단체에 내는 '지방세'가 있다. '국세'에도 여러 가지 종류가 있지만 그 중에서 중학생과 가장 관련이 깊은 세금은 '부가 가치세'이다. 부가 가치세는 물건 가격이나 서비스 가격에 포함되어 있는 세금으로 현재 우리나라는 물건값에 10%의 부가 가치세가 포함되어 있다. 다만 쌀, 채소 등 일부 기초 생활필수품이나 도서, 박물관 입장 요금 등 국민 복지 와 관련된 일부 품목 등에 대해서는 부가 가치세를 내지 않는다.



수학으로 세상을 건너다

수학+경제 창의·융합 프로젝트

나도 세금을 내고 있을까?

세금은 나라의 살림살이를 꾸려 가는 데 필요한 돈을 국민으로부터 걷는 돈이다.

한 나라의 인구가 늘어나고 사람들의 삶이 복잡해지면서 국가가 하는 일도 다양해졌다. 나라를 외국의 침략으로부터 지키고, 도둑이나 강도와 같은 위협으로부터 국민을 보호하며, 교육 시설과 복지 시설을 마련하는 등 각종 공공시설을 만들어 국민의 생활을 풍요롭고 행복하게 만드는 데 많은 돈이 필요해졌다. 이러한 돈을 마련하기 위하여 나라는 국민으로부터 각자의 경제 능력에 맞게 법에 따라 세금을 걷고 있다.

다음은 중학생인 서윤이의 일상생활을 적은 글이다. 글의 내용 중 세금과 관련이 있는 것을 찾아보자.

서윤이는 오늘도 엄마가 깨우는 소리에 흐느적거리며 일어났습니다. 정신없이 세수를 하고 아침 식사를 한 후 집을 나왔습니다. 급하게 걸어가다가 같은 반 친구 세영이를 만났습니다. 세영이의 손에 들려 있는 컴퍼스가 보입니다. 아차! 드디어 생각났습니다. 오늘 수학 시간에 컴퍼스가 필요합니다. 어쩔 수 없이 문구점을 들렀다 학교에 갔습니다. 다행히 지각은 면했습니다. 학교에서의 일과를 마치고 기말고사를 대비하기 위한 공부를 위하여 도서관으로 갔습니다. 오늘부터는 공부에 집중하려 했지만 배에서 자꾸 신호를 보내옵니다. 같이 간 친구 지영이와 눈빛이 마주치자, 우리는 매점으로 향합니다. 김밥과 딸기 우유를 사 먹고 다시 공부를 시작했습니다. 공부를 끝내고 나오자 날이 어두워졌습니다. 다행히 가로등이 길을 밝혀 주어, 무섭지 않게 집에 올 수 있었습니다.

[출처: 전국사회교사모임, <사회 선생님도 궁금한 101가지 사회질문사전>]



풀이 1 떡볶이의 가격이 x 원이라면 여기에 10%의 세금 $0.1x$ 원을 합한 금액이 3300원이 된다.

이를 식으로 나타내면 $x + 0.1x = 3300, 1.1x = 3300$

즉, $x = 3300 \times \frac{10}{11} = 3000$ (원)이다.

따라서 세금은 $0.1x = 0.1 \times 3000 = 300$ (원)이다.

- 2 세금을 내지 않는 물품은 수돗물, 연탄, 책, 신문, 우표, 지저귀, 분유 등이 있다.
- 3 물건값에 세금이 포함되면 물건을 사는 사람의 부담이 늘어나게 된다. 따라서 저소득층의 부담을 덜어 주기 위하여 가공하지 않은 식품, 연탄, 여성 위생 용품 등 기초 생활필수품에는 세금을 부과하지 않는다.

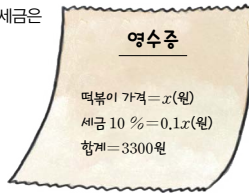


앞의 글에서 학교, 도서관, 가로등 등은 우리가 내는 세금으로 운영된다. 이러한 세금은 법에 따라 국민으로부터 걷게 되는데 중학생들도 세금을 내는 경우가 있다. 서울이가 컴퍼스, 김밥, 딸기 우유를 사면서 지불하는 금액에 세금이 포함되어 있는 것이다.

일반적으로 우리나라 사람들이 지불하는 물건값에는 본래 가격의 10%가 세금으로 포함되어 있다. 따라서 물건을 사는 사람들은 물건을 사면서 세금도 같이 내게 된다. 예를 들어 우리가 550원에 펜을 샀다면 본래 펜의 가격은 500원이고, 50원은 세금으로 내고 있는 것이다.

프로젝트 과제

- 1 분식점에서 떡볶이를 먹고 3300원을 지불하였다면 이 중에서 내가 낸 세금은 얼마인지 오른쪽 그림을 보고 답하여 보자.

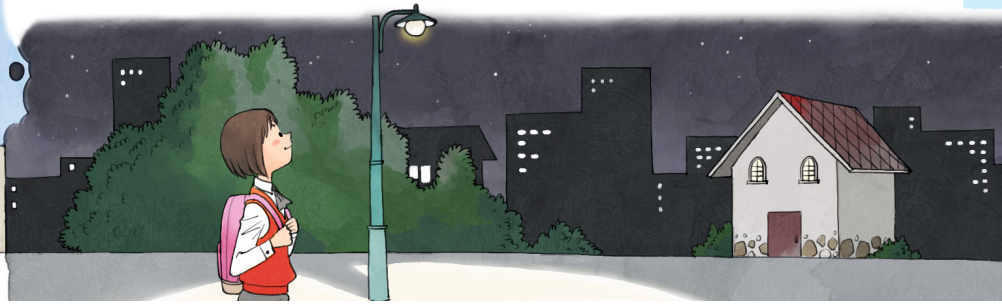


그러나 우리가 지불하는 모든 물건값에 세금이 포함되어 있는 것은 아니다.

기초 생활필수품인 가공하지 않은 식품에는 세금이 붙지 않는다. 예를 들어 가공하지 않은 우유를 살 때 세금을 내지 않지만, 가공한 딸기 우유를 살 때는 세금을 내게 된다.

프로젝트 과제

- 2 세금을 내지 않는 또 다른 물품에 대하여 조사하여 보자.
- 3 기초 생활필수품인 가공하지 않은 식품과 2에서 조사한 물품을 살 때 세금을 내지 않는 이유에 대하여 자신의 생각을 이야기하여 보자.



● **평가 개요 예시**

교과 역량	평가 내용
문제 해결	문자를 사용하여 일차방정식을 세우고, 물건 가격에서 세금을 계산할 수 있는가?
창의·융합	부가 가치세를 내지 않는 물품에 대하여 조사해 보고 어떤 물품을 살 때 세금을 내지 않는지 그 이유에 대하여 자신의 생각을 이야기할 수 있는가?
태도 및 실천	민주 시민으로서 세금의 필요성을 인식하였는가?

● **학교 생활기록부 예시**

기재 예시	관련 교과 역량
물건값으로 지불하는 금액 중 세금으로 얼마나 내고 있지 구하기 위하여 일차방정식을 세우고, 그 해를 구할 수 있으며 구한 해를 이용하여 세금을 계산해 낼 수 있음.	문제 해결 추론
부가 가치세를 내지 않는 물품에 대하여 조사하고, 그 물품이 세금을 내지 않는 이유에 대하여 논리적인 근거를 제시하여 설명할 수 있음.	창의·융합 의사소통
민주 시민으로서 세금의 필요성을 이해하고, 세금에 대하여 조사하기 위하여 적극적으로 탐구하고 고민하는 자세를 보임.	태도 및 실천

수업 확장

세금을 내는 여러 가지 방법에 대하여 설명한 아래 글을 읽고 교육 복지 예산을 늘리기 위해서는 누구에게 세금을 거두어야 하는지 자신의 의견을 정리하고 토론하여 보자.

1. 소득이 높은 사람은 더 많은 세금을 낸다.
 - 소득이 높은 사람은 높은 세율을, 소득이 낮은 사람은 낮은 세율을 적용한다.
2. 소득에 관계없이 누구나 동일한 세금을 낸다.
 - 동일한 지불 능력이 있는 사람들은 동일한 세금을 낸다.
3. 혜택을 많이 보는 사람이 더 많은 세금을 낸다.
 - 각 개인이 정부 서비스를 통하여 누리는 혜택에 따라 세금을 낸다.

참고 자료

부가 가치세를 내지 않는 물품 중 몇 가지를 소개하면 다음과 같다.

- (1) 기초 생활필수품
 - 미가공 식료품(농·축·수·임산물)
 - 수돗물, 연탄, 여성 생리용 위생용품
 - 여객 운송(항공기, 고속버스, 전세버스, 택시, 고속 철도는 제외)
- (2) 국민 후생과 문화 관련
 - 의료 보건 용역(수의사 포함)
 - 교육 용역(단, 정부의 인·허가를 받지 못한 학원, 유치원 등은 과세)
 - 도서(대여 포함), 신문, 잡지, 뉴스 통신(광고는 제외)
 - 예술 창작품(골동품 제외), 예술, 문화 행사, 비직업 운동 경기
 - 도서관, 박물관, 미술관, 동물원의 입장료